وزارة التعليم
Ministry of Education

أوراق عمل

الرياضيات 3-1

ثالث ثانوي مسارات

الفهرس

الفصل الأول: تحليل الدوال

- الدوال .....
- تحليل التمثيلات البيانية للدوال والعلاقات .....
- الاتصال والنهايات .....
- القيم القصوى ومتوسط معدل التغير.....
- الدوال الرئيسة (الأم) والتحويلات الهندسية .....
- العمليات على الدوال وتركيب دالتين .....
- العلاقات والدوال العكسية .....

الفصل الثاني: العلاقات والدوال الأسية واللوغاريتمية

- الدوال الأسية .....
- حل المعادلات والمتباينات الأسية .....
- اللوغاريتمات والدوال اللوغاريتمية .....
- خصائص اللوغاريتمات .....
- حل المعادلات والمتباينات اللوغاريتمية .....
- اللوغاريتمات العشرية .....

الفصل الأول

تحليل الدوال

1-1 الدوال

الدرس | اختبر نفسك

1-2 تحليل التمثيلات البيانية للدوال والعلاقات

الدرس | اختبر نفسك

1-3 الاتصال والنهايات

الدرس | اختبر نفسك

1-4 القيم القصوى ومتوسط معدل التغير

الدرس | اختبر نفسك

1-5 الدوال الرئيسة (الأم) والتحويلات الهندسية

الدرس | اختبر نفسك

1-6 العمليات على الدوال وتركيب دالتين

الدرس | اختبر نفسك

1-7 العلاقات والدوال العكسية

الدرس | اختبر نفسك

اختبر نفسك

اختر الإجابة الصحيحة :

1 تكتب المجموعة $-31 < x \leq 64$ باستعمال رمز الفترة :

A	B	C	D
$[-31, 64]$	$(-31, 64]$	$(-31, 64)$	$[-31, 64)$

2 مجال الدالة $h(x) = \sqrt{6 - x^2}$ هو .....

A	B	C	D
$[-\sqrt{6}, \sqrt{6}]$	$[-\sqrt{6}, \infty)$	$R - [-\sqrt{6}, \sqrt{6}]$	$(-\infty, \sqrt{6}]$

3 أي من العلاقات التالية y تمثل دالة في x :

A

x	y
-2	-4
3	-1
3	4
5	6
7	9

B

x	y
-8	-5
-5	-4
0	-3
3	-2
6	-3

C

x	y
-6	-7
2	3
5	8
5	9
9	22

D

x	y
-1	6
2	3
3	8
9	5
9	1

أكمل الفراغات التالية :

1 إذا كانت $g(x) = 2x^2 + 18x - 14$ فإن $g(3x)$ تساوي .....

2 تكتب المجموعة $x > 50$ باستعمال الصفة المميزة .....

3 إذا كانت :

$$f(x) = \begin{cases} -4x + 3 & , \quad x < 3 \\ -x^3 & , \quad 3 \leq x \leq 8 \\ 3x^2 + 1 & , \quad x > 8 \end{cases}$$

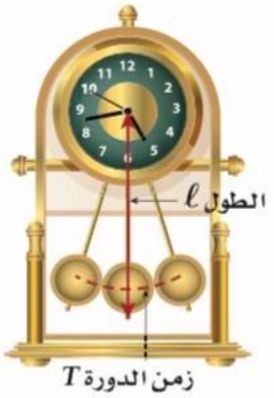
فإن قيمة $f(-5)$ تساوي .....

أوجد حل ما يلي:

يعطى زمن الدورة T لبندول ساعة بالصيغة $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{9.8}}$

حيث l طول البندول ، فهل تمثل T دالة في l ؟

- إذا كانت كذلك فحدد مجالها ، وإذا لم تكن دالة فبين السبب .



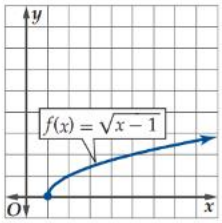
اختبر نفسك

اختر الإجابة الصحيحة :

1 مقطع y في الدالة $f(x) = x^3 + x^2 - 6x + 4$ يساوي .....

A	B	C	D
-4	0	4	6

2 في الشكل المجاور أصفار الدالة هي :

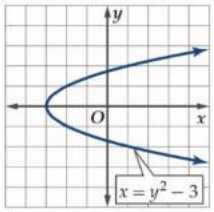


A	B	C	D
-1	0	1	لا يوجد

3 الدالة $f(x) = x^2 + 6x + 10$ هي دالة :

A	B	C	D
زوجية	فردية	زوجية وفردية معًا	ليست زوجية وليست فردية

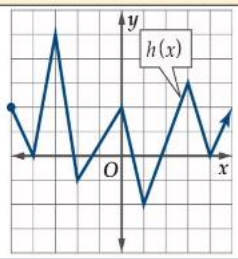
4 في الشكل المجاور الدالة متماثلة حول .....



A	B	C	D
محور x	محور y	نقطة الأصل	لا شيء مما سبق

أكمل الفراغات التالية :

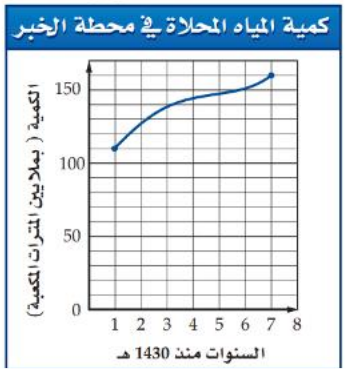
1 من الشكل المجاور: مجال الدالة هو .....



2 من الشكل المجاور: مدى الدالة هو .....

أوجد حل ما يلي:

إذا كانت كمية المياه المحلاة في محطة الخبر في الفترة 1431هـ إلى الفترة 1437 هـ معطى بالدالة $f(x) = 0.0509x^4 - 0.3395x^3 - 2.28x^2 + 25.35x + 88.27$



- قدر كمية المياه المحلاة سنة 1435 هـ .
- قدر السنة التي كانت كمية المياه المحلاة فيها 130 مليون متر مكعب باستعمال التمثيل البياني .

اختبر نفسك

اختر الإجابة الصحيحة :

1 نوع الدالة $f(x)=\frac{x}{x-1}$ عند $x=1$:

A	B	C	D
متصلة	عدم اتصال لا نهائي	عدم اتصال قفزي	عدم اتصال قابل للإزالة

2 الدالة الصحيحة لإعادة تعريف الدالة $f(x)=\frac{x^2-9}{x+3}$ لتصبح متصلة عند النقطة $x=-3$ هي :

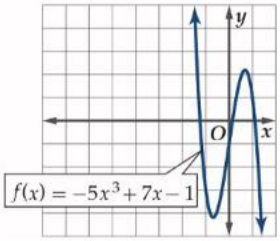
A	B	C	D
$f(x)=\begin{cases}\frac{x^2-9}{x+3} & x\neq -3\\ 3 & x=-3\end{cases}$	$f(x)=\begin{cases}\frac{x^2-9}{x+3} & x\neq -3\\ 6 & x=-3\end{cases}$	$f(x)=\begin{cases}\frac{x^2-9}{x+3} & x\neq -3\\ -3 & x=-3\end{cases}$	$f(x)=\begin{cases}\frac{x^2-9}{x+3} & x\neq -3\\ -6 & x=-3\end{cases}$

3 الاعداد الصحيحة المتتالية التي تنحصر بينها الاصفار الحقيقية للدالة $f(x)=x^3-x^2-3$ في الفترة $[-2,4]$:

A	B	C	D
بين 0 و 1	بين 1 و 2	بين 1 و 3	بين 2 و 3

4 في الشكل المجاور : سلوك طرفي التمثيل البياني للدالة

$\lim\limits_{x\to\infty} f(x) =$



A	B	C	D
∞	1	0	$-\infty$

أكمل الفراغات التالية :

1 الدالة $f(x)=\sqrt{x^2-4}$ غير متصلة في الفترة .....

أوجد حل ما يلي:

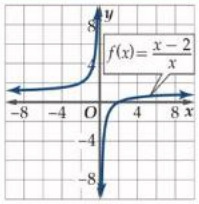
تعطى طاقة الحركة لجسم متحرك بالدالة $E(m)=\frac{p^2}{2m}$ حيث p الزخم (حاصل ضرب كتلة الجسم في سرعته المتجهة) ، m كتلة الجسم .

- اذا وضع رمل في شاحنة متحركة ، فماذا سيحدث اذا استمرت m في الزيادة ؟

اختبر نفسك

اختر الإجابة الصحيحة :

1 في التمثيل المجاور الدالة متزايدة في الفترة :

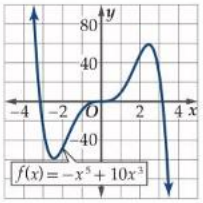


$(-\infty,0)$	A	$(0,\infty)$	B	$(0,\infty),(-\infty,0)$	C	$(1,\infty)$	D

2 متوسط معدل التغير للدالة $f(x)=3x^4-2x^2+6x-1$ في الفترة $[5,9]$:

4430	A	4340	B	4500	C	4350	D

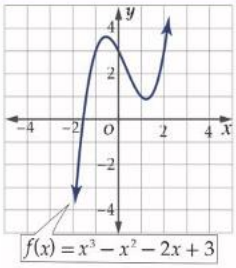
3 في التمثيل المجاور القيمة العظمى المطلقة للدالة عند .....



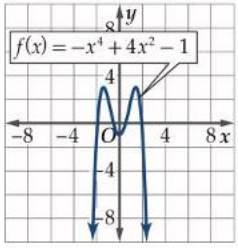
$x=2$	A	$x=2.5$	B	$x=3$	C	لا توجد	D

أكمل الفراغات التالية :

1 في التمثيل المجاور قدر الفترة التي تكون فيها الدالة متناقصة مقربة إلى أقرب 0.5 وحدة .....



2 في التمثيل المجاور القيمة الصغرى المحلية .....



أوجد حل ما يلي:

أوجد كلًا من طول نصف قطر الأسطوانة وارتفاعها في الشكل المجاور ليكون حجمها أكبر ما يمكن قرب إلى أقرب جزء من عشرة . (مساحة الأسطوانة $A=2rh\pi+r^2\pi$ وحجم الأسطوانة $V=r^2h\pi$)

المساحة الجانبية + مساحة القاعدة
تساوي 20.5π بوصة مربعة

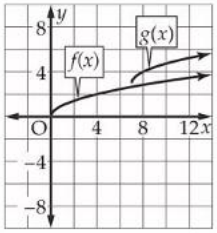
اختبر نفسك

اختر الإجابة الصحيحة :

1 مدى الدالة $f(x)=\frac{1}{x}$ هو

A	B	C	D
R	$R-\{0\}$	W	Z

2 المعادلة التي تمثل الدالة $g(x)$ في التمثيل المجاور هي :

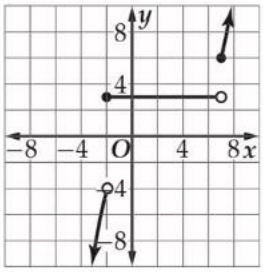


A	B	C	D
$\sqrt{x-7}+3$	$\sqrt{x+7}+3$	$\sqrt{x-7}-3$	$\sqrt{x+7}-3$

3 التحويلات التي حدثت للدالة الأم $f(x)=|x|$ فأصبحت $g(x)=|x-1|-2$:

A	B	C	D
انسحاب وحدة لليسار ووحدتين للأسفل	انسحاب وحدة لليسار ووحدتين للأعلى	انسحاب وحدة لليمين ووحدتين للأسفل	انسحاب وحدة لليمين ووحدتين للأعلى

4 الدالة المتعددة التعريف في التمثيل المجاور هي :



A $f(x)=\begin{cases}-x^2 & , & x<-2\\ 3 & , & -2\le x<7\\ (x-5)^2+2 & , & x\ge 7\end{cases}$

B $f(x)=\begin{cases}3 & , & x<-2\\ -x^2 & , & -2\le x<7\\ (x-5)^2+2 & , & x\ge 7\end{cases}$

C $f(x)=\begin{cases}-x^2 & , & x<-2\\ (x-5)^2+2 & , & x\ge 7\end{cases}$

D $f(x)=\begin{cases}(x-5)^2+2 & , & x<-2\\ -x^2 & , & -2\le x<7\\ 3 & , & x\ge 7\end{cases}$

أكمل الفراغات التالية :

1 نوع الدالة $f(x)=x^3$ ..... متماثلة حول ..... ومتزايدة في الفترة ..... والمنحنى يقطع المحورين عند النقطة .....

أوجد حل ما يلي:

يبين الجدول سعر سلعة منذ عام 1411 هـ حتى 1431 هـ

- استعمل هذه البيانات لتمثيل دالة درجية .

العام	1411	1413	1416	1420	1424	1426	1427	1431
السعر (بالريال)	15	17	22	30	32	33	40	55

اختبر نفسك

اختر الإجابة الصحيحة :

1 إذا كانت $f(x)=x^2+4, g(x)=\sqrt{x}$ فإن $(f\cdot g)(x)$ تساوي :

A	B	C	D
$x^{\frac{5}{2}}+x^{\frac{1}{2}}$	$x^{\frac{5}{2}}+4x^{\frac{1}{2}}$	$x^{\frac{1}{2}}+4x^{\frac{1}{2}}$	$x^{\frac{5}{2}}+4x^{\frac{5}{2}}$

2 إذا كانت $f(x)=2+x^4, g(x)=-x^2$ فإن $[f\circ g](2)$ تساوي :

A	B	C	D
-254	250	256	258

3 إذا كانت $f(x)=\frac{1}{x+1}, g(x)=x^2-4$ ، فإن مجال $f\circ g(x)$ هو :

A	B	C	D
$R-\{\pm\sqrt{3}\}$	$R-\{\pm 3\}$	$R-\{-1\}$	R

أكمل الفراغات التالية :

1 إذا كانت $h(x)=\sqrt{4x+2}+7$ فإن الدالتين f, g بحيث يكون $h(x)=[f\circ g](x)$ و ألا تكون أيًا منهما الدالة المحايدة $I(x)=x$ هما ..... و .....

2 إذا كانت $f(x)=x^2+5x+6, g(x)=x+2$ فإن $(f-g)(x)=$ .....

أوجد حل ما يلي:

يعمل شخص في قسم المبيعات في إحدى الشركات ويتقاضى راتبًا وعمولة سنوية مقدارها 4% من المبيعات التي تزيد قيمتها على 300000 ريال .

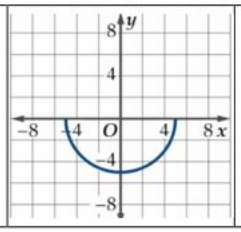
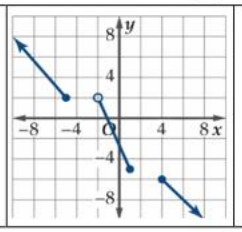
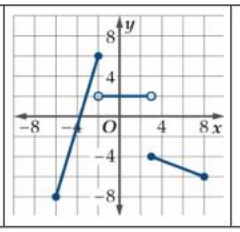
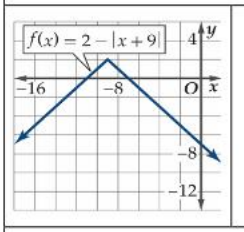
افترض أن $f(x)=x-300000$ ، $h(x)=0.04x$

- إذا كانت قيمة المبيعات (x) تزيد على 300000 ريال ، فهل تمثل العمولة بالدالة $f[h(x)]$ أم بالدالة $h[f(x)]$ ، برر إجابتك
- أوجد قيمة العمولة التي يتقاضاها الشخص ، إذا كانت مبيعاته 450000 ريال في تلك السنة .

اختبر نفسك

اختر الإجابة الصحيحة :

1 أي الدوال الآتية لها دالة عكسية :

A	B	C	D
			

2 الدالة العكسية للدالة $f(x)=\sqrt{x+8}$ هي :

A	B	C	D
$f^{-1}(x)=x+8$	$f^{-1}(x)=x-8$	$f^{-1}(x)=x^2-8$	$f^{-1}(x)=x^2+8$

3 اذا كانت $f(x)=\frac{3x+1}{x-4}$ فإن مجال الدالة $f^{-1}(x)$ هو :

A	B	C	D
R	$R-\{4\}$	غير موجودة	$R-\{3\}$

أكمل الفراغات التالية :

1 إذا كانت $f(x)=4x+9$ فإن الدالة العكسية لها .....

2 إذا كانت $g(x)=\frac{7}{\sqrt{x+3}}$ فإن مجال الدالة العكسية لها .....

أوجد حل ما يلي:

تعطى طاقة الحركة لجسم متحرك بالجول بالدالة $f(x)=0.5mx^2$ حيث m كتلة الجسم بالكيلو جرام ، x سرعة الجسم بالمتر لكل ثانية .

- أوجد $f^{-1}(x)$ للدالة $f(x)$ وماذا يعني كل متغير فيها .
- أثبت ان كلاً من الدالتين $f(x), f^{-1}(x)$ التي حصلت عليها تمثل عكسية للأخرى .

2-1 الدوال الأسية

الدرس | اختبر نفسك

2-2 حل المعادلات والمتباينات الأسية

الدرس | اختبر نفسك

2-3 اللوغاريتمات والدوال اللوغاريتمية

الدرس | اختبر نفسك

2-4 خصائص اللوغاريتمات

الدرس | اختبر نفسك

2-5 حل المعادلات والمتباينات اللوغاريتمية

الدرس | اختبر نفسك

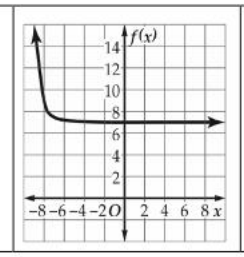
2-6 اللوغاريتمات العشرية

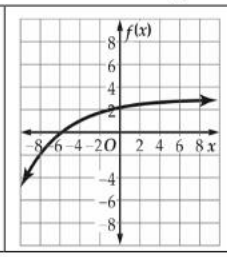
الدرس | اختبر نفسك

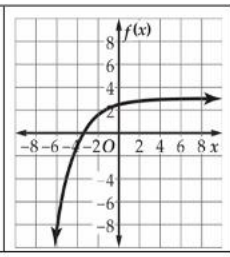
اختبر نفسك

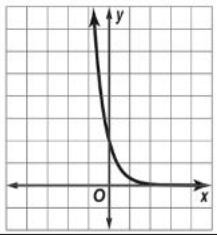
اختر الإجابة الصحيحة :

1 التمثيل البياني الصحيح للدالة $y = 2(\frac{1}{6})^x$ هو :

A


B


C


D


2 مجال الدالة $f(x) = 2^{x+1} + 3$ هو :

A R | B $(3, \infty)$ | C $(-\infty, 3)$ | D $(-3, 3)$

3 مدى الدالة $f(x) = 2(\frac{2}{3})^{x-3} - 4$ هو :

A R | B $(-4, \infty)$ | C $(4, \infty)$ | D $(-\infty, 4)$

أكمل الفراغات التالية :

1 إذا كانت $y = 2(8)^x$ فإن قيمة $2(8)^{-0.5}$ تساوي .....

2 التحويلات التي حدثت للدالة الأم $f(x) = 3^x$ فأصبحت $g(x) = 3^{x-2} + 4$ هي .....

أوجد حل ما يلي:

سيارة كان سعرها 80000 ريال ثم بدأ يتناقص بمعدل 15% كل سنة.

- أوجد دالة أسية تمثل سعر السيارة بعد t سنة من شرائها ثم قدر سعر السيارة بعد 20 سنة من شرائها .

اختبر نفسك

اختر الإجابة الصحيحة :

1 قيمة x في المعادلة $3^{5x} = 27^{2x-4}$ هي :

A	B	C	D
$x = 10$	$x = 12$	$x = -8$	$x = -3$

2 حل المتباينة الأسية $25^{y-3} \leq \left(\frac{1}{125}\right)^{y+3}$:

A	B	C	D
$y \geq \frac{3}{5}$	$y \leq \frac{3}{5}$	$y \leq \frac{-3}{5}$	$y \geq \frac{-3}{5}$

أكمل الفراغات التالية :

1 قيمة x في المعادلة $\left(\frac{1}{5}\right)^{x-5} = 25^{3x+2}$ .....

2 حل المتباينة الأسية $10^{5b+2} > 1000$ .....

أوجد حل ما يلي:

استثمر ماجد مبلغ 50000 ريال متوقعًا ربحًا سنويًا نسبته 2.25% ، بحيث تضاف الارباح الى رأس المال مرتين شهريًا.

- ما المبلغ الكلي المتوقع بعد 6 سنوات ، إلى أقرب منزلتين عشريتين .

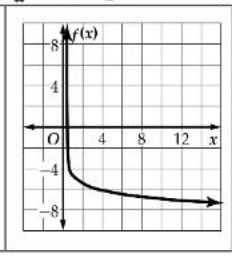
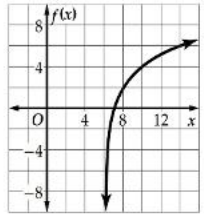
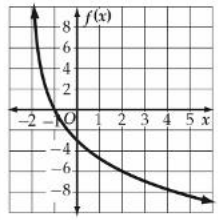
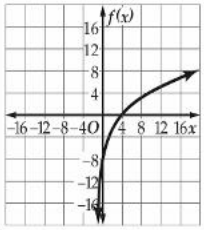
اختبر نفسك

اختر الإجابة الصحيحة :

1 الصورة الأسية للمعادلة اللوغاريتمية $\log_5 625 = 4$:

A	B	C	D
$5^4 = 625$	$4^5 = 625$	$4^{625} = 5$	$5^{625} = 4$

2 التمثيل الصحيح البياني للدالة $f(x) = 4\log_4(x-6)$ هو :

A	B	C	D
			

3 قيمة $\log_{27} 3$ هي :

A	B	C	D
$\frac{1}{9}$	3	$\frac{1}{3}$	9

أكمل الفراغات التالية :

1 الصورة اللوغاريتمية للمعادلة الأسية $6^{-3} = \frac{1}{216}$ .....

2 قيمة $\log_{10} 0.01$ .....

أوجد حل ما يلي:

تمثل الصيغة $n = \log_2 \frac{1}{p}$ درجة زر ضبط الإضاءة في آلة التصوير والمستعملة عند نقص الإضاءة حيث p نسبة ضوء الشمس في منطقة التقاط الصور .

أعدت آلة تصوير خالد لتلتقط الصورة تحت ضوء الشمس المباشر ولكن الجو كان غائماً.

- إذا كانت نسبة الإضاءة في اليوم الغائم تعادل $\frac{1}{4}$ الإضاءة في اليوم المشمس فأي درجات زر ضبط الإضاءة يجب أن يستعملها خالد لتعويض نقص الإضاءة؟

اختبر نفسك

اختر الإجابة الصحيحة :

1 قيمة $4\log_2\sqrt{8}$:

A		B		C		D	
2		4		8		6	

2 كتابة العبارة اللوغاريتمية $7\log_3 a + \log_3 b - 2\log_3(8c)$ بالصورة المختصرة :

A		B		C		D	
$\log_3 \frac{a^7 b}{64c^2}$		$\log_3 \frac{a^7 b}{16c^2}$		$\log_3 \frac{64c^2}{a^7 b}$		$64\log_3 \frac{a^7 b}{c^2}$	

3 العبارة المختلفة عن العبارات الأخرى هي : $= \log_b 24$

A		B		C		D	
$\log_b 4 + \log_b 6$		$\log_b 20 + \log_b 4$		$\log_b 2 + \log_b 12$		$\log_b 3 + \log_b 8$	

أكمل الفراغات التالية :

1 إذا كانت قيمة $\log_4 3 \approx 0.7925$ و $\log_4 5 \approx 1.1610$ فإن قيمة $\log_4 15$ .....

2 كتابة العبارة اللوغاريتمية $\log_{11} ab^{-4}c^{12}d^7$ بالصورة المطولة .....

أوجد حل ما يلي:

يتناقص الضغط الجوي مع زيادة الارتفاع ، ويمكن إيجاد قيمة الضغط الجوي عند الارتفاع a متر باستعمال العلاقة $a = 15500(5 - \log_{10} p)$ ، حيث p الضغط بالباسكال .

- أوجد قيمة الضغط الجوي بالباسكال عند قمم الجبال المذكورة في الجدول أدناه .

القمة الجبلية	الارتفاع (m)
إفرست	8850
تريسوني	7074
بونيتي	6872

اختبر نفسك

اختر الإجابة الصحيحة :

1 حل المعادلة $\log_x 32 = \frac{5}{2}$:

A		B		C		D	
2		4		8		6	

2 حل المتباينة $\log_8 x \leq -2$:

A		B		C		D	
$\{x \mid 0 \leq x \leq \frac{1}{64}\}$		$\{x \mid 1 < x \leq \frac{1}{64}\}$		$\{x \mid 0 < x \leq 64\}$		$\{x \mid 0 < x \leq \frac{1}{64}\}$	

أكمل الفراغات التالية :

1 حل المعادلة $\log_4 48 - \log_4 n = \log_4 6$ .....

2 حل المتباينة $\log_2(4x-6) > \log_2(2x+8)$ .....

أوجد حل ما يلي:

يعطى ارتفاع الصوت L بالصيغة $L = 10\log_{10} R$ ، حيث R هي شدة الصوت .

- احسب شدة الصوت لمنبه ارتفاع صوته 80 ديسبل .

اختبر نفسك

اختر الإجابة الصحيحة :

1 قيمة $\log 3.2$ إلى أقرب جزء من عشرة آلاف :

A		B		C		D	
0.4312		0.7621		0.5051		0.0621	

2 حل المعادلة $6^x = 40$ مقربًا إلى أقرب جزء من عشرة آلاف هو :

A		B		C		D	
0.7328		1.2365		3.7531		2.0588	

أكمل الفراغات التالية :

1 كتابة اللوغاريتم $\log_3 7$ بدلالة اللوغاريتم العشري ..... وقيمته .....

2 حل المتباينة $5^{4n} > 33$ .....

أوجد حل ما يلي:

اشترت إحدى شركات خدمة الشحن سيارة شحن جديدة بسعر 168000 ريال . افترض أن $t = \log_{(1-r)} \frac{V}{P}$ ، حيث t الزمن بالسنوات التي مرت منذ الشراء ، p سعر الشراء ، V السعر الحالي ، r المعدل السنوي لانخفاض السعر .

- إذا كان السعر الحالي للشاحنة 120000 ريال ، وانخفض سعرها بمعدل 15% سنويًا ، فما الزمن الذي مر منذ شرائها لأقرب سنة ؟
- إذا كان السعر الحالي للشاحنة 102000 ريال ، وانخفض سعرها بمعدل 10% سنويًا ، فما الزمن الذي مر منذ شرائها لأقرب سنة ؟

ملحق الإجابات

الفصل الأول

تحليل الدوال

اختبر نفسك

اختر الإجابة الصحيحة :

1 تكتب المجموعة $-31 < x \leq 64$ باستعمال رمز الفترة :

A	B	C	D
$[-31,64]$	$(-31,64]$	$(-31,64)$	$[-31,64)$

2 مجال الدالة $h(x)=\sqrt{6-x^2}$ هو .....

A	B	C	D
$[-\sqrt{6},\sqrt{6}]$	$[-\sqrt{6},\infty)$	$R-[-\sqrt{6},\sqrt{6}]$	$(-\infty,\sqrt{6}]$

3 أي من العلاقات التالية y تمثل دالة في x :

A

x	y
-2	-4
3	-1
3	4
5	6
7	9

B

x	y
-8	-5
-5	-4
0	-3
3	-2
6	-3

C

x	y
-6	-7
2	3
5	8
5	9
9	22

D

x	y
-1	6
2	3
3	8
9	5
9	1

أكمل الفراغات التالية :

1 إذا كانت $g(x)=2x^2+18x-14$ فإن $g(3x)$ تساوي $18x^2+54x-14$

2 تكتب المجموعة $x>50$ باستعمال الصفة المميزة $\{x|\ x>50\ ,x\in R\}$

3 إذا كانت :

$$f(x)=\begin{cases}-4x+3 & , \quad x<3\\ -x^3 & , \quad 3\leq x\leq 8\\ 3x^2+1 & , \quad x>8\end{cases}$$

فإن قيمة $f(-5)$ تساوي 23

أوجد حل ما يلي:

يعطى زمن الدورة T لبندول ساعة بالصيغة $T=2\pi\sqrt{\frac{l}{9.8}}$

حيث l طول البندول ، فهل تمثل T دالة في l ؟

- إذا كانت كذلك فحدد مجالها ، وإذا لم تكن دالة فبين السبب .

نعم ، لأن لكل قيمة للطول (l) توجد قيمة واحدة للزمن (T)

مجال الدالة هو : $[0,\infty)$

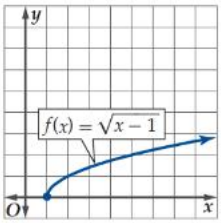
اختبر نفسك

اختر الإجابة الصحيحة :

1 مقطع y في الدالة $f(x) = x^3 + x^2 - 6x + 4$ يساوي .....

A	B	C	D
-4	0	4	6

2 في الشكل المجاور أصفار الدالة هي :

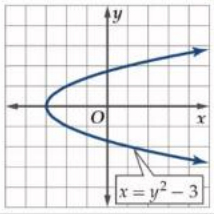


A	B	C	D
-1	0	1	لا يوجد

3 الدالة $f(x) = x^2 + 6x + 10$ هي دالة :

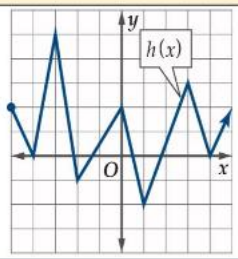
A	B	C	D
زوجية	فردية	زوجية وفردية معًا	ليست زوجية وليست فردية

4 في الشكل المجاور الدالة متماثلة حول .....



A	B	C	D
محور x	محور y	نقطة الأصل	لا شيء مما سبق

أكمل الفراغات التالية :

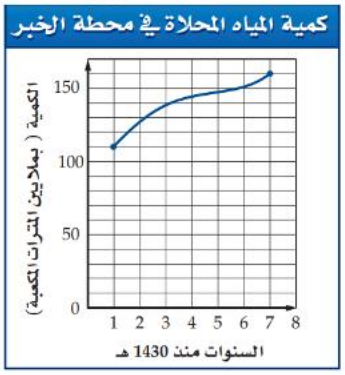


1 من الشكل المجاور: مجال الدالة هو $[-5, \infty)$

2 من الشكل المجاور: مدى الدالة هو $[-2, \infty)$

أوجد حل ما يلي:

إذا كانت كمية المياه المحلاة في محطة الخبر في الفترة 1431هـ إلى الفترة 1437 هـ معطى بالدالة $f(x) = 0.0509x^4 - 0.3395x^3 - 2.28x^2 + 25.35x + 88.27$



- قدر كمية المياه المحلاة سنة 1435 هـ .
- قدر السنة التي كانت كمية المياه المحلاة فيها 130 مليون متر مكعب باستعمال التمثيل البياني .

كمية المياه المحلاة سنة 1435 هـ يساوي 148 مليون متر مكعب.

السنة التي كانت كمية المياه المحلاة فيها 130 مليون متر مكعب هي 1432 هـ .

اختبر نفسك

اختر الإجابة الصحيحة :

1 نوع الدالة $f(x)=\frac{x}{x-1}$ عند $x=1$:

A	B	C	D
متصلة	عدم اتصال لا نهائي	عدم اتصال قفزي	عدم اتصال قابل للإزالة

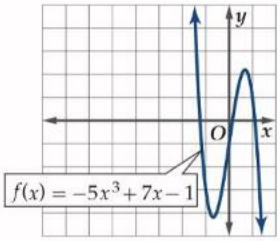
2 الدالة الصحيحة لإعادة تعريف الدالة $f(x)=\frac{x^2-9}{x+3}$ لتصبح متصلة عند النقطة $x=-3$ هي :

A	B	C	D
$f(x)=\begin{cases}\frac{x^2-9}{x+3} & x\neq -3\\ 3 & x=-3\end{cases}$	$f(x)=\begin{cases}\frac{x^2-9}{x+3} & x\neq -3\\ 6 & x=-3\end{cases}$	$f(x)=\begin{cases}\frac{x^2-9}{x+3} & x\neq -3\\ -3 & x=-3\end{cases}$	$f(x)=\begin{cases}\frac{x^2-9}{x+3} & x\neq -3\\ -6 & x=-3\end{cases}$

3 الاعداد الصحيحة المتتالية التي تنحصر بينها الاصفار الحقيقية للدالة $f(x)=x^3-x^2-3$ في الفترة $[-2,4]$:

A	B	C	D
بين 0 و 1	بين 1 و 2	بين 1 و 3	بين 2 و 3

4 في الشكل المجاور : سلوك طرفي التمثيل البياني للدالة $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=$



A	B	C	D
∞	1	0	$-\infty$

أكمل الفراغات التالية :

1 الدالة $f(x)=\sqrt{x^2-4}$ غير متصلة في الفترة $(-2,2)$

أوجد حل ما يلي:

تعطى طاقة الحركة لجسم متحرك بالدالة $E(m)=\frac{p^2}{2m}$ حيث p الزخم

(حاصل ضرب كتلة الجسم في سرعته المتجهة) ، m كتلة الجسم .

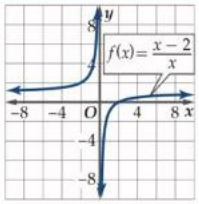
- اذا وضع رمل في شاحنة متحركة ، فماذا سيحدث اذا استمرت m في الزيادة ؟

عندما تتزايد كتلة الجسم m فإن طاقة السيارة الحركية تقترب من 0 .

اختبر نفسك

اختر الإجابة الصحيحة :

1 في التمثيل المجاور الدالة متزايدة في الفترة :

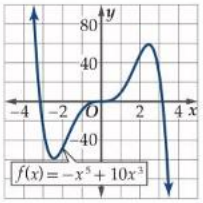


A		B		C		D	
$(-\infty,0)$		$(0,\infty)$		$(0,\infty),(-\infty,0)$		$(1,\infty)$	

2 متوسط معدل التغير للدالة $f(x)=3x^4-2x^2+6x-1$ في الفترة $[5,9]$:

A		B		C		D	
4430		4340		4500		4350	

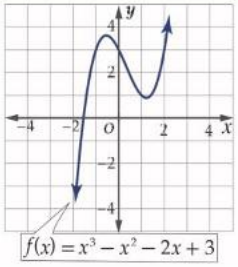
3 في التمثيل المجاور القيمة العظمى المطلقة للدالة عند .....



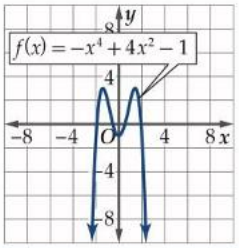
A		B		C		D	
$x=2$		$x=2.5$		$x=3$		لا توجد	

أكمل الفراغات التالية :

1 ي التمثيل المجاور قدر الفترة التي تكون فيها الدالة متناقصة مقربة إلى أقرب 0.5 وحدة $(-0.5,1)$



2 في التمثيل المجاور القيمة الصغرى المحلية عند $x=0$ ومقدارها -1



أوجد حل ما يلي:

أوجد كلًا من طول نصف قطر الأسطوانة وارتفاعها في الشكل المجاور ليكون حجمها أكبر ما يمكن قرب إلى أقرب جزء من عشرة . (مساحة الأسطوانة $A=2rh\pi+r^2\pi$ وحجم الأسطوانة $V=r^2h\pi$)

المساحة الجانبية + مساحة القاعدة
تساوي 20.5π بوصة مربعة

نصف القطر = 2.6 بوصة
الارتفاع = 2.6 بوصة

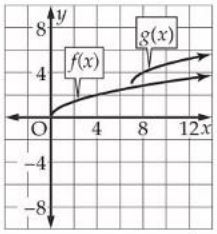
اختبر نفسك

اختر الإجابة الصحيحة :

1 مدى الدالة $f(x)=\frac{1}{x}$ هو

A	B	C	D
R	$R-\{0\}$	W	Z

2 المعادلة التي تمثل الدالة $g(x)$ في التمثيل المجاور هي :

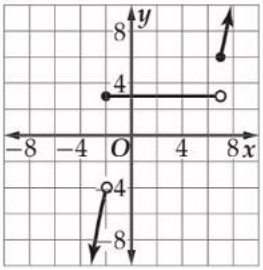


A	B	C	D
$\sqrt{x-7}+3$	$\sqrt{x+7}+3$	$\sqrt{x-7}-3$	$\sqrt{x+7}-3$

3 التحويلات التي حدثت للدالة الأم $f(x)=|x|$ فأصبحت $g(x)=|x-1|-2$:

A	B	C	D
انسحاب وحدة لليسار ووحدتين للأسفل	انسحاب وحدة لليسار ووحدتين للأعلى	انسحاب وحدة لليمين ووحدتين للأسفل	انسحاب وحدة لليمين ووحدتين للأعلى

4 الدالة المتعددة التعريف في التمثيل المجاور هي :



A	B
$f(x)=\begin{cases}-x^2 & , \ x<-2\\ 3 & , \ -2\le x<7\\ (x-5)^2+2 & , \ x\ge 7\end{cases}$	$f(x)=\begin{cases}3 & , \ x<-2\\ -x^2 & , \ -2\le x<7\\ (x-5)^2+2 & , \ x\ge 7\end{cases}$
C	D
$f(x)=\begin{cases}-x^2 & , \ x<-2\\ (x-5)^2+2 & , \ x\ge 7\end{cases}$	$f(x)=\begin{cases}(x-5)^2+2 & , \ x<-2\\ -x^2 & , \ -2\le x<7\\ 3 & , \ x\ge 7\end{cases}$

أكمل الفراغات التالية :

1 نوع الدالة $f(x)=x^3$ **فردية** متماثلة حول **نقطة الأصل** ومتزايدة في الفترة $(-\infty,\infty)$

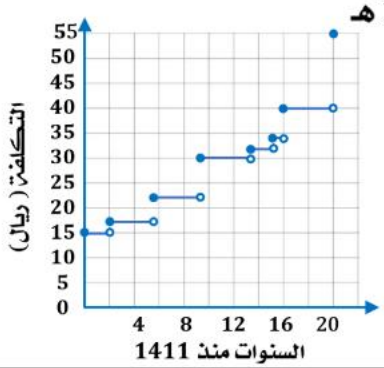
والمنحنى يقطع المحورين عند النقطة $(0,0)$

أوجد حل ما يلي:

يبين الجدول سعر سلعة منذ عام 1411 هـ حتى 1431 هـ

- استعمل هذه البيانات لتمثيل دالة درجية .

العام	1411	1413	1416	1420	1424	1426	1427	1431
السعر (بالريال)	15	17	22	30	32	33	40	55



اختبر نفسك

اختر الإجابة الصحيحة :

1 إذا كانت $f(x)=x^2+4, g(x)=\sqrt{x}$ فإن $(f\cdot g)(x)$ تساوي :

A	B	C	D
$x^{\frac{5}{2}}+x^{\frac{1}{2}}$	$x^{\frac{5}{2}}+4x^{\frac{1}{2}}$	$x^{\frac{1}{2}}+4x^{\frac{1}{2}}$	$x^{\frac{5}{2}}+4x^{\frac{5}{2}}$

2 إذا كانت $f(x)=2+x^4, g(x)=-x^2$ فإن $[f\circ g](2)$ تساوي :

A	B	C	D
-254	250	256	258

3 إذا كانت $f(x)=\frac{1}{x+1}, g(x)=x^2-4$ ، فإن مجال $f\circ g(x)$ هو :

A	B	C	D
$R-\{\pm\sqrt{3}\}$	$R-\{\pm 3\}$	$R-\{-1\}$	R

أكمل الفراغات التالية :

1 إذا كانت $h(x)=\sqrt{4x+2}+7$ فإن الدالتين f, g بحيث يكون $h(x)=[fog](x)$ وألا تكون أيًا منهما الدالة المحايدة $I(x)=x$ هما $f(x)=\sqrt{x}+7$ و $g(x)=4x+2$

2 إذا كانت $f(x)=x^2+5x+6, g(x)=x+2$ فإن $(f-g)(x)=$ x^2+4x+4

أوجد حل ما يلي:

يعمل شخص في قسم المبيعات في إحدى الشركات ويتقاضى راتبًا وعمولة سنوية مقدارها 4% من المبيعات التي تزيد قيمتها على 300000 ريال .

افترض أن $f(x)=x-300000$ ، $h(x)=0.04x$

- إذا كانت قيمة المبيعات (x) تزيد على 300000 ريال ، فهل تمثل العمولة بالدالة $f[h(x)]$ أم بالدالة $h[f(x)]$ ، برر إجابتك
- أوجد قيمة العمولة التي يتقاضاها الشخص ، إذا كانت مبيعاته 450000 ريال في تلك السنة .

تمثل العمولة بالدالة $h[f(x)]$

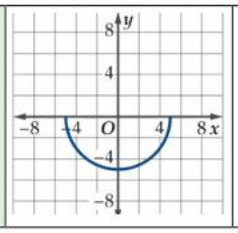
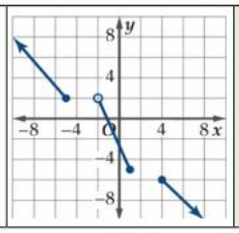
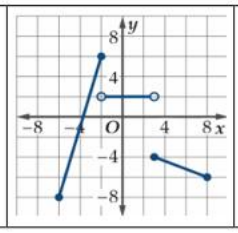
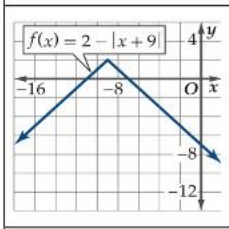
لأن العمولة تحسب بعد طرح الحد الأدنى المطلوب من المبيعات الفعلية.

قيمة العمولة التي يتقاضاها الشخص ، إذا كانت مبيعاته 450000 ريال تساوي 6000 ريال.

اختبر نفسك

اختر الإجابة الصحيحة :

1 أي الدوال الآتية لها دالة عكسية :

A	B	C	D
			

2 الدالة العكسية للدالة $f(x)=\sqrt{x+8}$ هي :

A	B	C	D
$f^{-1}(x)=x+8$	$f^{-1}(x)=x-8$	$f^{-1}(x)=x^2-8$	$f^{-1}(x)=x^2+8$

3 اذا كانت $f(x)=\frac{3x+1}{x-4}$ فإن مجال الدالة $f^{-1}(x)$ هو :

A	B	C	D
R	$R-\{4\}$	غير موجودة	$R-\{3\}$

أكمل الفراغات التالية :

1 إذا كانت $f(x)=4x+9$ فإن الدالة العكسية لها $f^{-1}(x)=\frac{x-9}{4}$

2 إذا كانت $g(x)=\frac{7}{\sqrt{x+3}}$ فإن مجال الدالة العكسية لها $(0,\infty)$

أوجد حل ما يلي:

تعطى طاقة الحركة لجسم متحرك بالجول بالدالة $f(x)=0.5mx^2$ حيث m كتلة الجسم بالكيلو جرام ، x سرعة الجسم بالمتر لكل ثانية .

- أوجد $f^{-1}(x)$ للدالة $f(x)$ وماذا يعني كل متغير فيها .
- أثبت ان كلاً من الدالتين $f(x), f^{-1}(x)$ التي حصلت عليها تمثل عكسية للأخرى .

$$g(x)=\sqrt{\frac{2x}{m}}$$

$g(x)$ هي سرعة المتر بالثانية ، x هي طاقة الحركة بالجول ، m الكتلة بالكيلو جرام .

كل دالة عكسية للأخرى لأن :

$$f[g(x)]=f(\sqrt{\frac{2x}{m}})=\frac{1}{2}m(\sqrt{\frac{2x}{m}})^2=\frac{1}{2}m\frac{2x}{m}=x$$

$$g[f(x)]=g(\frac{1}{2}mx^2)=(\sqrt{\frac{2\frac{1}{2}mx^2}{m}})=\sqrt{x^2}=x$$

ملحق الإجابات

الفصل الثاني

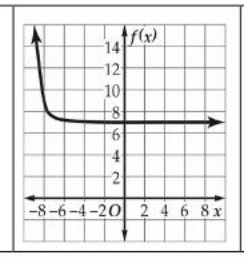
العلاقات والدوال الأسية واللوغاريتمية

اختبر نفسك

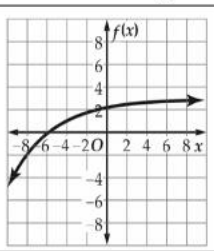
اختر الإجابة الصحيحة :

1 التمثيل البياني الصحيح للدالة $y = 2(\frac{1}{6})^x$ هو :

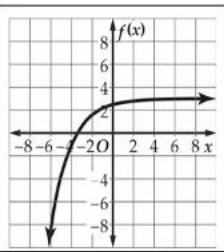
A



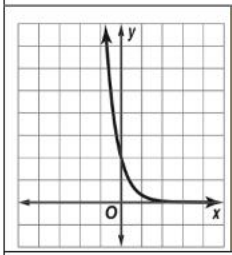
B



C



D



2 مجال الدالة $f(x) = 2^{x+1} + 3$ هو :

A	B	C	D
R	$(3, \infty)$	$(-\infty, 3)$	$(-3, 3)$

3 مدى الدالة $f(x) = 2(\frac{2}{3})^{x-3} - 4$ هو :

A	B	C	D
R	$(-4, \infty)$	$(4, \infty)$	$(-\infty, 4)$

أكمل الفراغات التالية :

1 إذا كانت $y = 2(8)^x$ فإن قيمة $2(8)^{-0.5}$ تساوي 0.707

2 التحويلات التي حدثت للدالة الأم $f(x) = 3^x$ فأصبحت $g(x) = 3^{x-2} + 4$ هي انسحاب وحدتين لليمين و 4 وحدات للأعلى .

أوجد حل ما يلي:

سيارة كان سعرها 80000 ريال ثم بدأ يتناقص بمعدل 15% كل سنة.

- أوجد دالة أسية تمثل سعر السيارة بعد t سنة من شرائها ثم قدر سعر السيارة بعد 20 سنة من شرائها .

$y = 80000(0.85)^t$

بعد 20 سنة يكون ثمنها 3100 ريال تقريبًا.

اختبر نفسك

اختر الإجابة الصحيحة :

1 قيمة x في المعادلة $3^{5x} = 27^{2x-4}$ هي :

A	B	C	D
$x = 10$	$x = 12$	$x = -8$	$x = -3$

2 حل المتباينة الأسية $25^{y-3} \leq \left(\frac{1}{125}\right)^{y+3}$:

A	B	C	D
$y \geq \frac{3}{5}$	$y \leq \frac{3}{5}$	$y \leq \frac{-3}{5}$	$y \geq \frac{-3}{5}$

أكمل الفراغات التالية :

1 قيمة x في المعادلة $\left(\frac{1}{5}\right)^{x-5} = 25^{3x+2}$ $x = \frac{1}{7}$

2 حل المتباينة الأسية $10^{5b+2} > 1000$ $b > \frac{1}{5}$

أوجد حل ما يلي:

استثمر ماجد مبلغ 50000 ريال متوقعًا ربحًا سنويًا نسبته 2.25% ، بحيث تضاف الارباح الى رأس المال مرتين شهريًا.

- ما المبلغ الكلي المتوقع بعد 6 سنوات ، إلى أقرب منزلتين عشريتين .

57223.22 ريال تقريبًا.

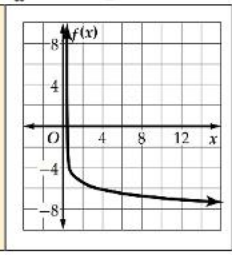
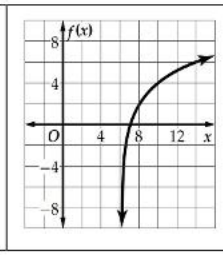
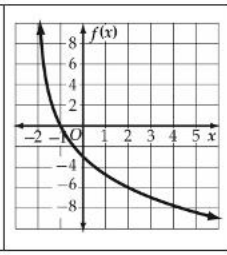
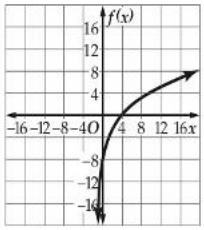
اختبر نفسك

اختر الإجابة الصحيحة :

1 الصورة الأسية للمعادلة اللوغاريتمية $\log_5 625 = 4$:

A	B	C	D
$5^4 = 625$	$4^5 = 625$	$4^{625} = 5$	$5^{625} = 4$

2 التمثيل الصحيح البياني للدالة $f(x) = 4\log_4(x-6)$ هو :

A	B	C	D
			

3 قيمة $\log_{27} 3$ هي :

A	B	C	D
$\frac{1}{9}$	3	$\frac{1}{3}$	9

أكمل الفراغات التالية :

1 الصورة اللوغاريتمية للمعادلة الأسية $6^{-3} = \frac{1}{216}$ $\log_6 \frac{1}{216} = -3$

2 قيمة $\log_{10} 0.01$ -2

أوجد حل ما يلي:

تمثل الصيغة $n = \log_2 \frac{1}{p}$ درجة زر ضبط الإضاءة في آلة التصوير والمستعملة عند نقص الإضاءة حيث p نسبة ضوء الشمس في منطقة التقاط الصور .

أعدت آلة تصوير خالد لتلتقط الصورة تحت ضوء الشمس المباشر ولكن الجو كان غائمًا.

- إذا كانت نسبة الإضاءة في اليوم الغائم تعادل $\frac{1}{4}$ الإضاءة في اليوم المشمس فأي درجات زر ضبط الإضاءة يجب أن يستعملها خالد لتعويض نقص الإضاءة؟

درجات زر ضبط الإضاءة يجب أن يستعملها خالد لتعويض نقص الإضاءة هي 2 .

اختبر نفسك

اختر الإجابة الصحيحة :

1 قيمة $4\log_2\sqrt{8}$:

A	B	C	D
2	4	8	6

2 كتابة العبارة اللوغاريتمية $7\log_3 a + \log_3 b - 2\log_3(8c)$ بالصورة المختصرة :

A	B	C	D
$\log_3 \frac{a^7 b}{64c^2}$	$\log_3 \frac{a^7 b}{16c^2}$	$\log_3 \frac{64c^2}{a^7 b}$	$64\log_3 \frac{a^7 b}{c^2}$

3 العبارة المختلفة عن العبارات الأخرى هي : $= \log_b 24$

A	B	C	D
$\log_b 4 + \log_b 6$	$\log_b 20 + \log_b 4$	$\log_b 2 + \log_b 12$	$\log_b 3 + \log_b 8$

أكمل الفراغات التالية :

1 إذا كانت قيمة $\log_4 3 \approx 0.7925$ و $\log_4 5 \approx 1.1610$ فإن قيمة $\log_4 15$ **1.9535**

2 كتابة العبارة اللوغاريتمية $\log_{11} ab^{-4}c^{12}d^7$ بالصورة المطولة

$\log_{11} a - 4\log_{11} b + 12\log_{11} c + 7\log_{11} d$

أوجد حل ما يلي:

يتناقص الضغط الجوي مع زيادة الارتفاع ، ويمكن إيجاد قيمة الضغط الجوي عند الارتفاع a متر باستعمال العلاقة $a = 15500(5 - \log_{10} p)$ ، حيث p الضغط بالباسكال .

- أوجد قيمة الضغط الجوي بالباسكال عند قمم الجبال المذكورة في الجدول أدناه .

القمة الجبلية	الارتفاع (m)
إفرست	8850
تريسوني	7074
بونيتي	6872

إفرست 26855.44 باسكال.

تر يسوني 34963.34 باسكال.

بو نيتي 36028.42 باسكال.

اختبر نفسك

اختر الإجابة الصحيحة :

1 حل المعادلة $\log_x 32 = \frac{5}{2}$:

A	B	C	D
2	4	8	6

2 حل المتباينة $\log_8 x \leq -2$:

A	B	C	D
$\{x\|0 \leq x \leq \frac{1}{64}\}$	$\{x\|1 < x \leq \frac{1}{64}\}$	$\{x\|0 < x \leq 64\}$	$\{x\|0 < x \leq \frac{1}{64}\}$

أكمل الفراغات التالية :

1 حل المعادلة $\log_4 48 - \log_4 n = \log_4 6$ $n = 8$

2 حل المتباينة $\log_2(4x-6) > \log_2(2x+8)$ $\{x|x > 7\}$

أوجد حل ما يلي:

يعطى ارتفاع الصوت L بالصيغة $L = 10\log_{10} R$ ، حيث R هي شدة الصوت .

- احسب شدة الصوت لمنبه ارتفاع صوته 80 ديسبل .

شدة الصوت لمنبه ارتفاع صوته 80 ديسبل يساوي 10^8

اختبر نفسك

اختر الإجابة الصحيحة :

1 قيمة $\log 3.2$ إلى أقرب جزء من عشرة آلاف :

A	B	C	D
0.4312	0.7621	0.5051	0.0621

2 حل المعادلة $6^x = 40$ مقربًا إلى أقرب جزء من عشرة آلاف هو :

A	B	C	D
0.7328	1.2365	3.7531	2.0588

أكمل الفراغات التالية :

1 كتابة اللوغاريتم $\log_3 7$ بدلالة اللوغاريتم العشري $\frac{\log 7}{\log 3}$ وقيمته 1.7712

2 حل المتباينة $5^{4n} > 33$ $\{n | n > 0.5431\}$

أوجد حل ما يلي:

اشترت إحدى شركات خدمة الشحن سيارة شحن جديدة بسعر 168000 ريال . افترض أن $t = \log_{(1-r)} \frac{V}{P}$ ، حيث t الزمن بالسنوات التي مرت منذ الشراء ، p سعر الشراء ، V السعر الحالي ، r المعدل السنوي لانخفاض السعر .

- إذا كان السعر الحالي للشاحنة 120000 ريال ، وانخفض سعرها بمعدل 15% سنويًا ، فما الزمن الذي مر منذ شرائها لأقرب سنة ؟
- إذا كان السعر الحالي للشاحنة 102000 ريال ، وانخفض سعرها بمعدل 10% سنويًا ، فما الزمن الذي مر منذ شرائها لأقرب سنة ؟

إذا كان السعر الحالي للشاحنة 120000 ريال ، وانخفض سعره بمعدل 15% سنويًا ، فإن الزمن الذي مر منذ شرائها هو سنتان .

إذا كان السعر الحالي للشاحنة 102000 ريال ، وانخفض سعرها بمعدل 10% سنويًا ، فإن الزمن الذي مر منذ شرائها هو 5 سنوات .

الفصل الثالث

المتطابقات والمعادلات المثلثية

- المتطابقات المثلثية
- إثبات صحة المتطابقات المثلثية
- المتطابقات المثلثية لمجموع زاويتين والفرق بينهما
- المتطابقات المثلثية لضعف الزاوية ونصفها
- حل المعادلات المثلثية

1 المتطابقات المثلثية الأساسية

تكون المعادلة متطابقة إذا تساوى طرفاها لجميع قيم المتغيرات فيها

المتطابقة المثلثية هي متطابقة تحوي دوال مثلثية

إذا وجدت مثالا مضادا يثبت خطأ المعادلة ، فالمعادلة حينئذ لا تكون متطابقة

المتطابقات النسبية..

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}, \cos\theta \neq 0 \qquad \cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}, \sin\theta \neq 0$$

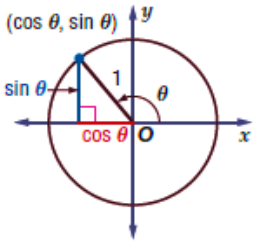
متطابقات المقلوب..

$$\sin\theta = \frac{1}{\csc\theta}, \csc\theta \neq 0 \qquad csc\theta = \frac{1}{sin\theta}, \sin\theta \neq 0$$

$$\cos\theta = \frac{1}{\sec\theta}, \sec\theta \neq 0 \qquad sec\theta = \frac{1}{cos\theta}, \cos\theta \neq 0$$

$$\tan\theta = \frac{1}{\cot\theta}, \cot\theta \neq 0 \qquad cot\theta = \frac{1}{tan\theta}, \tan\theta \neq 0$$

متطابقات فيثاغورس



حسب نظرية فيثاغورس $\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$

$$cos^2\theta + sin^2\theta = 1$$

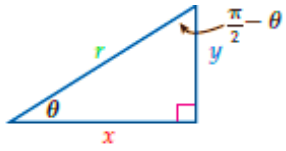
$$cot^2\theta + 1 = csc^2\theta \qquad tan^2\theta + 1 = sec^2\theta$$

متطابقات الزاويتين المتتامتين

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cos\theta$$

$$cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sin\theta$$

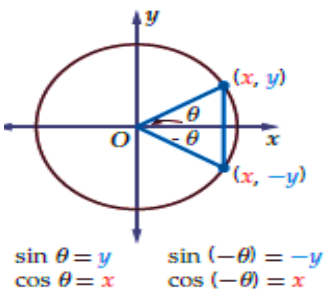
$$tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cot\theta$$



$\sin\theta = \frac{y}{r} = \cos(\frac{\pi}{2} - \theta)$

$\tan\theta = \frac{y}{x} = \cot(\frac{\pi}{2} - \theta)$

متطابقات الدوال الفردية والزوجية



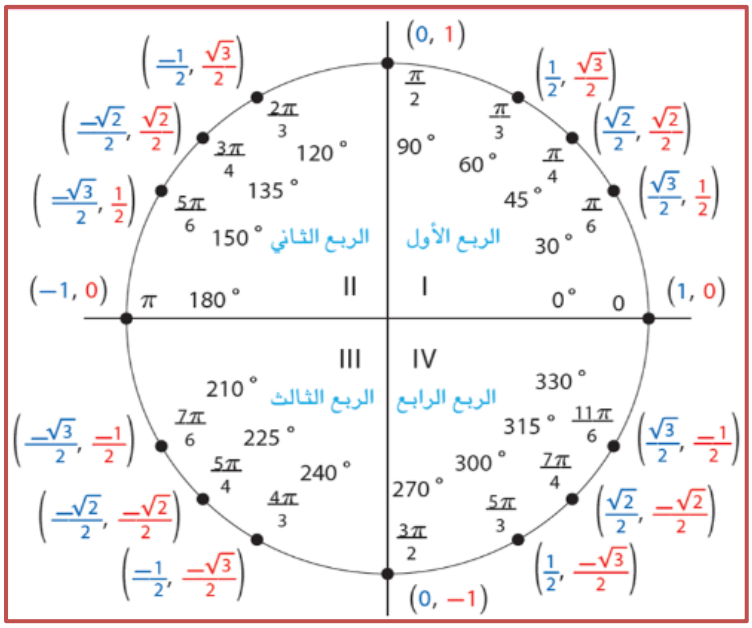
$\sin\theta = y$ $\cos\theta = x$

$\sin(-\theta) = -y$ $\cos(-\theta) = x$

$$\sin(-\theta) = -\sin\theta$$

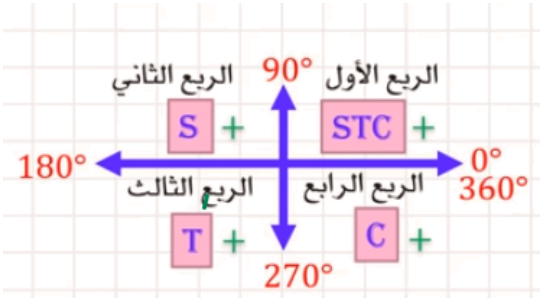
$$\cos(-\theta) = \cos\theta$$

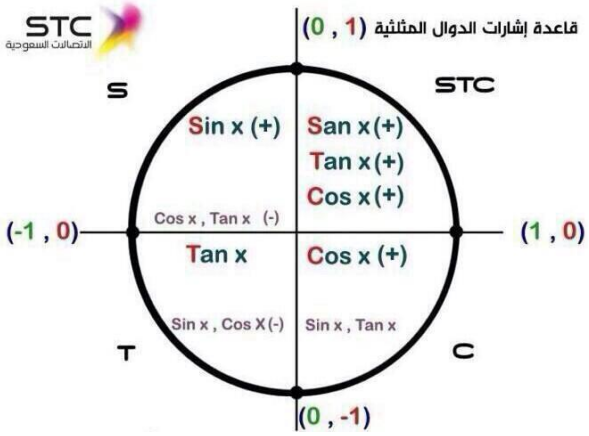
$$\tan(-\theta) = -\tan\theta$$



360	270	180	90	0	60	45	30	
								sin
								cos
								tan

الدالة	+	−
sin θ	1, 2	3, 4
csc θ		
cos θ	1, 4	2, 3
sec θ		
tan θ	1, 3	2, 4
cot θ		





1 المتطابقات المثلثية الأساسية

تحقق من فهمك : صـ 11ـ

1A) أوجد القيمة الدقيقة لـ $\sin\theta$

إذا كان $\cos\theta = \frac{1}{3}$ ، $270° < \theta < 360°$

1B) أوجد القيمة الدقيقة لـ $\sec\theta$

إذا كان $\sin\theta = \frac{-2}{7}$ ، $180° < \theta < 270°$

تدرب: صـ 13ـ

1) أوجد القيمة الدقيقة لـ $\tan\theta$

إذا كان $\cot\theta = 2$ ، $0° < \theta < 90°$

8) أوجد القيمة الدقيقة لـ $\cot\theta$

إذا كان $\sec\theta = \frac{-9}{2}$ ، $\sin\theta < 0$

2 تبسيط العبارات المثلثية

هو إيجاد **القيمة العددية** للعبارة أوكتابتها **بدلالة دالة مثلثية واحدة** فقط , إن أمكن.

إرشادات للدراسة

عند تبسيط العبارات المثلثية يكون من الأسهل عادة أن تكتب حدود العبارة جميعها بدلالة $\sin\theta$ و $\cos\theta$

تحقق من فهمك : صـ 12ـ

بسط كل عبارة مما يأتي:

(2A $\frac{tan^2\theta\, csc^2\theta - 1}{sec^2\theta}$

(2B $\frac{\sec\theta}{\sin\theta}(1 - cos^2\theta)$

تدرب: صـ 13ـ

بسط كل عبارة مما يأتي:

(9 $\tan\theta cos^2\theta$

(17 $2 - 2\, sin^2\theta$

3 إعادة كتابة الصيغ الرياضية :

تحقق من فهمك : صـ 12ـ

3) تعلم أن مقدار العزم (T) يساوي حاصل ضرب القوة (F) في ذراعها , ويعطى بالمعادلة $T = Fr \sin\theta$
أعد كتابة المعادلة السابقة بدلالة (F) ؟

.....

تدرب: صـ 13ـ

20) الشمس: ترتبط قدرة كل جسم على امتصاص الطاقة بعامل e يسمى قابلية الامتصاص للجسم . ويمكن حساب قابلية الامتصاص باستعمال العلاقة : $e = \frac{W \sec\theta}{AS}$ ، حيث W معدل امتصاص جسم الإنسان للطاقة من الشمس ، و S مقدار الطاقة المنبعثة من الشمس بالواط لكل متر مربع ، و A المساحة السطحية المعرضة لأشعة الشمس ، و θ الزاوية بين أشعة الشمس والخط العمودي على الجسم .

a) حل المعادلة بالنسبة لـ W .

.....

.....

b) أوجد W إذا كانت $A = 0.75,\ \theta = 40°,\ e = 0.80,\ S = 1000W/m^2$. (قرب إلى أقرب جزء من مئة)

.....

.....

.....

.....

.....

مهارات التفكير العليا: صـ 14ـ

32) اكتشف الخطأ : بسط كل من علاء وسامي المقدار: $\frac{sin^2\theta}{cos^2\theta+sin^2\theta}$
كما يأتي . أيهما كانت إجابته صحيحة ؟ برر إجابتك.

علاء

$$\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta+\sin^2\theta}$$
$$=\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta}+\frac{\sin^2\theta}{\sin^2\theta}$$
$$=\tan^2\theta+1$$
$$=\sec^2\theta$$

سامي

$$\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta+\sin^2\theta}$$
$$=\frac{\sin^2\theta}{1}$$
$$=\sin^2\theta$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

30) مسألة مفتوحة : اكتب عبارتين تكافئ كل منهما العبارة: $\tan\theta \sin\theta$

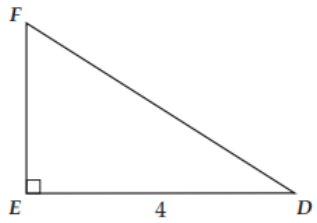
.....

.....

.....

تدرب على الاختبار: صـ 14ـ

39) في الشكل أدناه، إذا كان $\cos D = 0.8$ ، فما طول $\overline{DF}$؟



A 5 **C** 3.2

B 4 **D** 10

40) إذا كان $\sin x = m$ وَ $0° < x < 90°$ ، فما قيمة $\tan x$؟

A $\frac{1}{m^2}$

B $\frac{m\sqrt{1-m^2}}{1-m^2}$

C $\frac{1-m^2}{m}$

D $\frac{m}{1-m^2}$

الواجب:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

تحصيلي رياضيات

/1 العبارة $\frac{\frac{\cos\theta}{\sin\theta}\times\tan\theta}{\cot\theta}$ تكافئ....

Ⓐ $\tan\theta$ Ⓑ $\csc\theta$ Ⓒ $\cot\theta$ Ⓓ $\sin\theta\times\cos\theta$

/2 العبارة: $(1-\cot\theta)\sin\theta$ تكافئ.....

Ⓐ $\sin\theta\cos\theta$ Ⓑ $\sin\theta-\cos\theta$ Ⓒ $cos^2\theta$ Ⓓ $\sec\theta$

/3 العبارة $sin^2\theta\ cot^2\theta$ تكافئ.....:

Ⓐ $sin^2\theta$ Ⓑ $cos^2\theta$ Ⓒ $tan^2\theta$ Ⓓ $\frac{cos^4\theta}{cos^2\theta}$

/4 إذا كانت : $270°<\theta<360°$ و $\cos\theta=\frac{1}{2}$ فأوجد $\sin\theta$

Ⓐ $\frac{1}{2}$ Ⓑ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ Ⓒ $\frac{-\sqrt{3}}{2}$ Ⓓ $\frac{-1}{2}$

/5 إذا كانت : $270°<\theta<360°$ و $\sin\theta=-\frac{1}{3}$ فأوجد $\cos\theta$

Ⓐ $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ Ⓑ $\frac{\sqrt{2}}{3}$ Ⓒ $\frac{-2\sqrt{2}}{3}$ Ⓓ $\frac{8}{9}$

/6 العبارة: $\sin\theta\cdot\cot\theta$ تكافئ.....

Ⓐ $\sin\theta$ Ⓑ $sec\theta$ Ⓒ $\cos\theta$ Ⓓ $\csc\theta$

/7 ما قيمة $cos^2\theta+sin^2\theta$ ؟

Ⓐ -1 Ⓑ 0 Ⓒ 1 Ⓓ $\cos 20$

/8 إذا كان : $\cos\theta=\frac{4}{5}$ و $\sin\theta=\frac{3}{5}$ فأوجد $\tan\theta$

Ⓐ $\frac{4}{3}$ Ⓑ $\frac{3}{4}$ Ⓒ $\frac{7}{5}$ Ⓓ $\frac{1}{5}$

/9 ما قيمة $[cos^2(cot75)]+[sin^2(cot75)]$ ؟

Ⓐ 1 Ⓑ 45 Ⓒ 60 Ⓓ 75

تحصيلي رياضيات

/10 مالعبارة المكافئة لـ $\frac{\cos^2\theta+\sin^2\theta}{\sin\theta}$ ؟

Ⓐ $\tan\theta$ Ⓑ $\csc\theta$ Ⓒ $\sec\theta$ Ⓓ $\tan^2\theta$

/11 العبارة $\frac{\sec\theta}{\csc\theta}$ تكافئ.....

Ⓐ $\tan\theta$ Ⓑ $\cot\theta$ Ⓒ 1 Ⓓ $\sec\theta$

/12 العبارة $(\frac{\cos\theta}{\csc\theta})\tan\theta$ تكافئ.....

Ⓐ $\sin^2\theta$ Ⓑ $\csc^2\theta$ Ⓒ $\sin\theta$ Ⓓ $\cos\theta$

/13 $(1-\sin\theta)(1+\sin\theta)$

Ⓐ $\sin^2\theta$ Ⓑ $\cos^2\theta$ Ⓒ $\sin\theta$ Ⓓ $\cos\theta$

/14 إذا كانت : x تمثل زاوية حادة و $\cos 50 = \sin x$ فأوجدقيمة x

Ⓐ 40° Ⓑ 30° Ⓒ 60° Ⓓ 130°

/15 ما أبسط قيمة للمقدار: $(1-\cos\theta)(1+\cos\theta)$

Ⓐ $\sin^2\theta$ Ⓑ $\cos^2\theta$ Ⓒ $\sin\theta$ Ⓓ $\cos\theta$

/16 أوجد قيمة : $\sec^2\theta - \tan^2\theta$ ؟

Ⓐ 1 Ⓑ 0 Ⓒ 0.5 Ⓓ $\frac{\sqrt{2}}{2}$

1 إثبات صحة المتطابقة من خلال تحويل أحد طرفيها

باستعمال المتطابقات المثلثية الأساسية هناك طريقتان للإثبات

تحويل أحد طرفي المعادلة

بسط أحد طرفي المتطابقة حتى يصبح الطرفان متساويين وفي العادة يكون من الأسهل البدء بالطرف الأكثر تعقيدا

تحويل طرفي المعادلة

في بعض الأحيان يكون من الأسهل أن تحول كل طرف في المتطابقة بصورة منفصلة إلى صورة مشتركة.

تحقق من فهمك : صـ 15ـ

1) أثبت صحة المتطابقة، $cot^2\theta - cos^2\theta = cot^2\theta\ cos^2\theta$

تدرب: صـ 17ـ

أثبت صحة المتطابقات الآتية/

1) $cos^2\theta + tan^2\theta\ cos^2\theta = 1$

7) $tan\theta = \frac{\sec\theta}{\csc\theta}$

تحقق من فهمك : صـ 16ــ

2) أي مما يأتي يكافئ العبارة ، $tan^2\theta(cot^2\theta - cos^2\theta)$

$cot^2\theta$ (A $cos^2\theta$ (C

$tan^2\theta$ (B $sin^2\theta$ (D

تدرب: صـ 17ــ

11) أي مما يأتي يكافئ العبارة ، $\frac{tan^2\theta+1}{tan^2\theta}$

$sin^2\theta$ (A $cos^2\theta$ (C

$tan^2\theta$ (B $csc^2\theta$ (D

من الاقتراحات:

- ✓ بسط العبارة بالاستفادة من المتطابقات المثلثية الأساسية
- ✓ حلل أو اضرب كلا من البسط والمقام بالعبارة المثلثية نفسها
- ✓ اكتب كل طرف بدلالة كل من الجيب وجيب التمام فقط ثم بسط كل طرف قدر المستطاع
- ✓ لا تنفذ أي عملية (جمع , طرح, ضرب , قسمة) على طرفي المعادلة التي يطلب إثبات أنها متطابقة , لأن خصائص المساواة لا تنطبق على المتطابقات كما تنطبق على المعادلات

3 إثبات صحة المتطابقة من خلال تحويل كلا طرفيها

تحقق من فهمك : صـ 17ـ

3) أثبت صحة المتطابقة، $csc^2\theta - cot^2\theta = cot\theta\ tan\theta$

تدرب: صـ 18ـ أثبت صحة المتطابقات الآتية

14) $sec\theta csc\theta = tan\theta + cot\theta$

18) $\csc\theta - 1 = \frac{cot^2\theta}{\csc\theta + 1}$

بسط كلا من العبارات الآتية، لتحصل على الناتج (1) أو(-1)

26) $\cot(-\theta)\tan(-\theta)$

32) $\cos(-\theta)\ sec\theta$

مهارات التفكير العليا: صـ 19ــ

44) **اكتشف المختلف :** حدد المعادلة المختلفة عن المعادلات الثلاث الأخرى . وضح إجابتك :

$sin^2\theta + cos^2\theta = 1$

$1 + cot^2\theta = csc^2\theta$

$sin^2\theta - cos^2\theta = 2sin^2\theta$

$tan^2\theta + 1 = sec^2\theta$

تدرب على الاختبار: صـ 19ــ

55) **اختيار من متعدد:** أي مما يأتي لا يكافئ : $\cos\theta$ حيث $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ؟

A $\frac{\cos\theta}{cos^2\theta + sin^2\theta}$

B $\frac{1 - sin^2\theta}{\cos\theta}$

C $\cot\theta \sin\theta$

D $\tan\theta \csc\theta$

56) **سؤال ذو إجابة قصيرة:** أثبت أن المعادلة التالية تمثل متطابقة: $sin^3\theta \cos\theta + cos^3\theta \sin\theta = \sin\theta \cos\theta$

الواجب:

تحصيلي رياضيات

/1 العبارة : $csc^2\theta - cot^2\theta$ تكافئ:.....

Ⓐ -1 Ⓑ 1 Ⓒ $\tan\theta$ Ⓓ $\cot\theta$

/2 العبارة : $(1 - sin^2\theta)cos^2\theta$ تكافئ.....

Ⓐ $sin^4\theta$ Ⓑ $cos^4\theta$ Ⓒ $tan^2\theta$ Ⓓ $cot^2\theta$

/3 العبارة $(1 - cot^2\theta)\ sin^2\theta$:تكافئ.....

Ⓐ $sin^2\theta - cos^2\theta$ Ⓑ $cos^2\theta\, sin^2\theta$ Ⓒ $tan^2\theta$ Ⓓ $\sec\theta$

/4 العبارة : $cot^2\theta(tan^2\theta - sin^2\theta)$ تكافئ.....

Ⓐ $sin^2\theta$ Ⓑ $cos^2\theta$ Ⓒ $\cos\theta$ Ⓓ $-sin^2\theta$

/5 العبارة : $cot^2\theta(tan^2\theta + sin^2\theta)$ تكافئ.....

Ⓐ $1 + sin^2\theta$ Ⓑ $1 + cos^2\theta$ Ⓒ $cos^2\theta$ Ⓓ $sin^2\theta$

/6 قيمة المحددة $\begin{vmatrix} \sin\theta & \cos\theta \\ -\cos\theta & \sin\theta \end{vmatrix}$ تساوي.....

Ⓐ 0 Ⓑ 1 Ⓒ $\cos 2x$ Ⓓ $2sin^2x$

/7 العبارة : $\frac{sin\theta}{cot\theta \cdot sec\theta}$ تكافئ.....

Ⓐ $sin^2\theta$ Ⓑ $cos^2\theta$ Ⓒ $\cot\theta$ Ⓓ $\tan\theta$

/8 $24(csc^2\theta - cot^2\theta)$

Ⓐ $\cos\theta$ Ⓑ $\sin\theta$ Ⓒ 24 Ⓓ 12

/9 $\sqrt{1 - sin^2\theta} =$

Ⓐ $|\cos\theta|$ Ⓑ $\sin\theta$ Ⓒ 3 Ⓓ $|\cos\theta + sin\theta|$

/10 العبارة : $sec\theta\ csc\theta(1 - sin^2\theta)$ تكافئ المتطابقة.....

Ⓐ $\cos\theta$ Ⓑ $\sin\theta$ Ⓒ $\tan\theta$ Ⓓ $\cot\theta$

تحصيلي رياضيات

/11 $\cos(-\theta)\frac{\tan\theta}{\sec\theta}$ تكافئ:.....

Ⓐ $\sin\theta\cos\theta$ Ⓑ $\sin\theta$ Ⓒ $\sec\theta$ Ⓓ $\cot\theta$

/12 ما الدالة الزوجية من الدوال التالية؟

Ⓐ $f(x)=\cos x$ Ⓑ $f(x)=\sin x$ Ⓒ $f(x)=\tan x$ Ⓓ $f(x)=\csc x$

/13 العبارة $(\sin\theta+\cos\theta)^2$:

Ⓐ $\sin^2\theta+\cos^2\theta$ Ⓑ $\cos^2\theta-\sin^2\theta$ Ⓒ $1+2\sin\theta\cos\theta$ Ⓓ $3\sin\theta\cos\theta$

1 إيجاد القيم المثلثية

متطابقات المجموع

$$\sin(A+B)=\sin A\cos B+\cos A\sin B$$
$$\cos(A+B)=\cos A\cos B-\sin A\sin B$$
$$\tan(A+B)=\frac{\tan A+\tan B}{1-\tan A\tan B}$$

متطابقات الفرق

$$\sin(A-B)=\sin A\cos B-\cos A\sin B$$
$$\cos(A-B)=\cos A\cos B+\sin A\sin B$$
$$\tan(A-B)=\frac{\tan A-\tan B}{1+\tan A\tan B}$$

تحقق من فهمك : صـ 20ـ

دون استخدام الآلة الحاسبة ، أوجد القيمة الدقيقة لكل مما يأتي:

1A) $\sin 15°$

1B) $\cos(-15°)$

تدرب: صـ 22ـ

دون استخدام الآلة الحاسبة ، أوجد القيمة الدقيقة لكل مما يأتي:

1) $\cos 165°$

8) $tan195°$

2 استعمال متطابقات المجموع والفرق

تحقق من فهمك : صـ 21ـ

إذا كانت شدة التيار c تعطى بالصيغة $c = 2 \sin 285°t$ فأجب عما يأتي :

2A) أعد كتابة الصيغة ، باستعمال الفرق بين زاويتين

2B)استعمل المتطابقة المثلثية للفرق بين زاويتين ، لإيجاد القيمة الدقيقة لشدة التيار بعد ثانية واحدة.

تدرب: صـ 22ـ

9) يمر تيار كهربائي متردد في دائرة كهربائية ،وتعطى شدة هذا التيار c بالأمبير بعد t ثانية بالصيغة $c = 2 \sin 120°t$

a) أعد كتابة الصيغة ، باستعمال المجموع بين زاويتين

b)استعمل المتطابقة المثلثية لمجموع زاويتين ، لإيجاد القيمة الدقيقة لشدة التيار بعد ثانية واحدة.

3 إثبات صحة المتطابقات المثلثية

تحقق من فهمك : صـ 22ـ

تستعمل المتطابقات المثلثية لمجموع زاويتين والفرق بينهما أيضا في إثبات صحة المتطابقات.

3A) $\sin(90° - \theta) = \cos\theta$

3B) $\tan\left(\frac{\pi}{4} + \theta\right) = \frac{1+\tan\theta}{1-\tan\theta}$

تدرب: صـ 22ـ

13) $\sin(\theta+\pi) = -\sin\theta$

14) $\cos\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right) = -\sin\theta$

23) $\frac{sinA+tan\theta cosA}{cosA-tan\theta sinA} = \tan(A+\theta)$ حيث A,θ . زاويتان حادتان

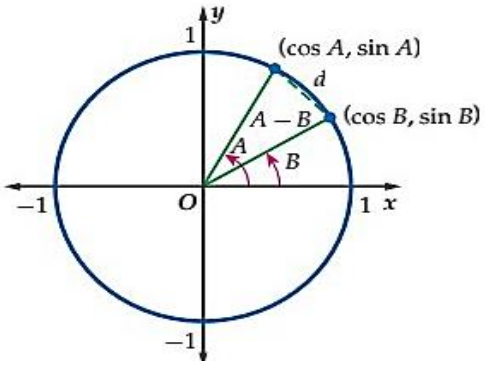
مهارات التفكير العليا: صـ 23ـ

29) **تبرير** : بسط العبارة الآتية ، دون إيجاد مفكوك المجموع أو الفرق

$$\sin\left(\frac{\pi}{3}-\theta\right)\cos\left(\frac{\pi}{3}+\theta\right)-\cos\left(\frac{\pi}{3}-\theta\right)\sin\left(\frac{\pi}{3}+\theta\right)$$

31) برهان : الشكل أدناه ، يبين الزاويتين A ,B في الوضع القياسي في دائرة الوحدة . استعمل قانون المسافة ، لإيجاد قيمة d ، حيث:

$$(x_1\ , y_1) = (\cos\ B, \sin B), \qquad (x_2, y_2) = (\cos\ A, \sin A)$$



تدرب على الاختبار: صـ 23ــ

43) ما القيمة الدقيقة للعبارة: $\sin(60^\circ + \theta)\cos\theta\ - \cos(60^\circ + \theta)sin\theta$

A $\frac{1}{2}$ C $\frac{2}{\sqrt{3}}$

B $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D $\sqrt{3}$

44) سؤال ذو إجابة قصيرة: إذا كان $\cos\theta + 0.3 = 0$

حيث $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$

فأوجد القيمة الدقيقة لـ $\cot\theta$

الواجب:

تحصيلي رياضيات

/1 قيمة $\sin(30° - \theta)\ \sin(\theta) = \cos(30° - \theta)\cos(\theta)$ تساوي ....

Ⓐ $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ Ⓑ $-\frac{1}{2}$ Ⓒ $\frac{1}{2}$ Ⓓ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

/2 العبارة: $\boldsymbol{cos^4\theta - sin^4\theta}$ تكافئ.....

Ⓐ $\cos 4\theta$ Ⓑ $\sin 4\theta$ Ⓒ $\cos 2\theta$ Ⓓ $\sin 2\theta$

/3 القيمة الدقيقة لـ $\sin 15°$ هي :

Ⓐ $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ Ⓑ $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$ Ⓒ $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$ Ⓓ $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

/4 القيمة الدقيقة لـ $\cos 45° \cos 15° + \sin 45° \sin 15°$ هي :

Ⓐ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ Ⓑ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ Ⓒ $\frac{1}{2}$ Ⓓ $\mathbf{1}$

/5 قيمة العبارة :. $\sin 15° \cos 45° + \cos 15° \sin 45°$ هي :

Ⓐ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ Ⓑ $\frac{1}{2}$ Ⓒ $\frac{-\sqrt{3}}{2}$ Ⓓ $\frac{-1}{2}$

/6 ما القيمة الدقيقة للعبارة: $\sin(60° +\theta)\ \cos\theta - \cos(60° + \theta)\ \sin 60°$

Ⓐ $\sqrt{3}$ Ⓑ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ Ⓒ $\frac{1}{2}$ Ⓓ $\frac{2}{\sqrt{3}}$

/7 إذا كان : $\sin\frac{4}{5}$ فإن $\tan(90° - \theta) =$

Ⓐ $\frac{4}{3}$ Ⓑ $\frac{1}{2}$ Ⓒ $\frac{\sqrt{2}}{3}$ Ⓓ $\frac{3}{4}$

/8 إذا كان : $\tan\frac{7}{8}$ فإن $\tan(90° - \theta) =$

Ⓐ $\frac{7}{8}$ Ⓑ $\frac{4}{3}$ Ⓒ $\frac{8}{7}$ Ⓓ $\frac{3}{5}$

/9 إذا كان : $\sin\theta = 0.21$ فإن $\sin(\pi - \theta) =$

Ⓐ 0.21 Ⓑ -0.21 Ⓒ 0 Ⓓ 0.79

1 المتطابقات المثلثية لضعف الزاوية

متطابقات ضعف الزاوية

المتطابقات الآتية صحيحة لجميع قيم θ

$$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$$

$$\cos 2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta$$
$$\cos 2\theta = 2\cos^2\theta - 1$$
$$\cos 2\theta = 1 - 2\sin^2\theta$$

$$\tan 2\theta = \frac{2\tan\theta}{1 - \tan^2\theta}$$

تحقق من فهمك : صـ 25ـ

1) أوجد الفيمة الدقيقة لـ $\sin 2\theta$ إذا كان: $90° < \theta < 180°, \cos\theta = \frac{-1}{3}$

تحقق من فهمك : صـ 26ـ

أوجد القيمة الدقيقة لكل مما يلي إذا كان : $90° < \theta < 180°, \cos\theta = \frac{-1}{3}$

2A) $\cos 2\theta$

2B) $\tan 2\theta$

تدرب: صـ 29ـ

دون استعمال الآلة الحاسبة ،أوجد القيمة الدقيقة لكل من $\sin 2\theta, \cos 2\theta$

1) $\sin\theta = \frac{1}{4}, 0° < \theta < 90°$

3 المتطابقات المثلثية لنصف الزاوية

متطابقات نصف الزاوية

المتطابقات الآتية صحيحة لجميع قيم θ

$$\sin\frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{2}} \qquad \cos\frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos\theta}{2}} \qquad \tan\frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}}$$

تحقق من فهمك : صـ 27ـ

3) أوجد القيمة الدقيقة لـ $\sin\frac{\theta}{2}$ إذا كان $\sin\theta = \frac{2}{3}$, θ في الربع الثاني

تدرب: صـ 29ـ

دون استعمال الآلة الحاسبة ،أوجد القيمة الدقيقة لكل من $\sin\frac{\theta}{2}, \cos\frac{\theta}{2}$

3) $\cos\theta = \frac{3}{5}, 270° < \theta < 360°$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4 التبسيط باستعمال المتطابقات المثلثية لضعف الزاوية

تحقق من فهمك : صـ 28ـ

يعطى تسارع الجاذبية الأرضية عند مستوى سطح البحر (بالسنتمتر لكل ثانية تربيع) تقريبا بالصيغة:

$g = 978 + 5.17sin^2L - 0.014 \sin L \cos L$ حيث L تمثل زاوية دائرة العرض

4A) بسط هذه العلاقة مستعملا المتطابقات المثلثية لضعف الزاوية

.....

.....

4B) استعمل الصيغة المبسطة التي أوجدتها في الفرع 4A , واحسب قيمة g عندما $L=45°$

.....

.....

تدرب: صـ 29 ـ

19)يمر تيار متردد في دائرة كهربائية، إذا كانت شدة التيار الكهربائي I بالأمبير عند الزمن t ثانية هي $I_0 \sin t\theta$, فإن القدرة P المرتبطة بالمقاومة R تعطى بالصيغة : $P = I^2{}_0 R sin^2 t\theta$ عبر عن القدرة بدلالة $\cos 2\theta$

.....

.....

.....

.....

.....

يمكنك استعمال المتطابقات المثلثية لضعف الزاوية ونصفها
في إثبات صحة المتطابقات أيضا.

5 إثبات صحة المتطابقة

تحقق من فهمك : صـ 28ـــ

5) أثبت صحة المتطابقة $4cos^2x - sin^2 2x = 4cos^4 x$

تدرب: صـ 29ـــ

15) أثبت صحة المتطابقة $\tan\frac{\theta}{2} = \frac{\sin\theta}{1+\cos\theta}$

مهارات التفكير العليا: صـ 30ـــ

27) **اكتشف الخطأ :** يحاول سعيد وسلمان حساب القيمة الدقيقة لـ: $sin15^\circ$ هل إجابة أي منهما صحيحة؟ برر إجابتك.

سعيد

$$\sin(A-B) = \sin A\cos B - \cos A\sin B$$
$$\sin(45-30) = \sin 45\cos 30 - \cos 45\sin 30$$
$$= \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{1}{2}$$
$$= \frac{\sqrt{4}}{4}$$

سلمان

$$\sin\frac{A}{2} = \sqrt{\frac{1-\cos A}{2}}$$
$$\sin\frac{30}{2} = \sqrt{\frac{1-\frac{1}{2}}{2}}$$
$$= 0.5$$

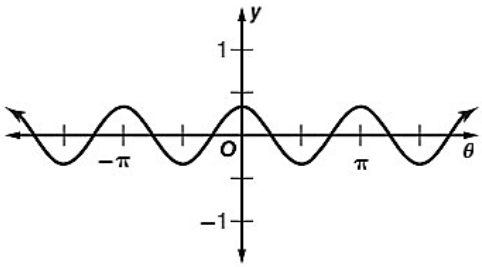
تدرب على الاختبار: صـ30ـ

43) أوجدالقيمة الدقيقة لـ: $tan\frac{\theta}{2}$ إذا كان $cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}, 0 < \theta < 90^\circ$

A) $\sqrt{7-4\sqrt{3}}$ B) $\sqrt{3}-2$

C) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D) $\sqrt{3}$

44) معادلة الدالة الممثلة بيانيا في الشكل أدناه هي:



A) $y = 3\cos 2\theta$ B) $y = \frac{1}{3}cos2\theta$

C) $y = 3\cos\frac{1}{2}\theta$ D) $y = \frac{1}{3}\cos\frac{1}{2}\theta$

الواجب:

تحصيلي رياضيات

/1 إذا علمت أن : $0° \leq \theta \leq 90°$ و $\tan\theta = 0$ فإن القيمة الدقيقة لـ $\tan 2\theta$ تساوي ...

Ⓐ 0 Ⓑ 1 Ⓒ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ Ⓓ 2

/2 إذا علمنا أن : $0° < \theta < 90°$ و $\cos\theta = \frac{1}{2}$ ، فإن قيمة $\cos\frac{\theta}{2}$ تساوي ...

Ⓐ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ Ⓑ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ Ⓒ $\frac{\sqrt{3}}{4}$ Ⓓ $\frac{3}{4}$

/3 إذا علمت أن : $270° \leq \theta \leq 360°$ و $\cos\theta = \frac{3}{5}$ فإن قيمة $\cos 2\theta$ تساوي ...

Ⓐ $-\frac{24}{7}$ Ⓑ $-\frac{7}{25}$ Ⓒ $\frac{7}{25}$ Ⓓ $-\frac{24}{25}$

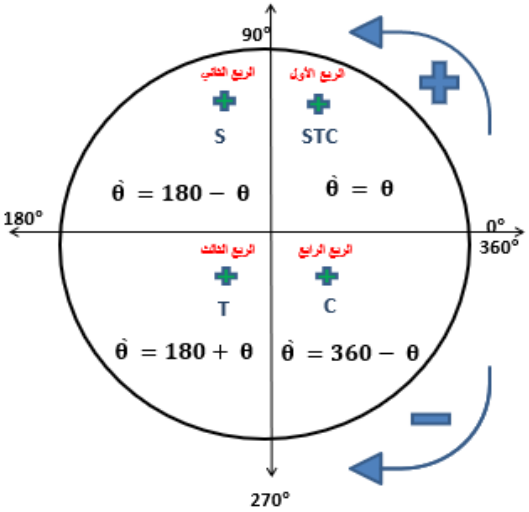
/4 إذا علمت أن : $\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \pi$ و $\sin\theta = \frac{3}{5}$ فإن قيمة $\sin 2\theta$ تساوي ...

Ⓐ $-\frac{24}{7}$ Ⓑ $-\frac{7}{25}$ Ⓒ $\frac{7}{25}$ Ⓓ $-\frac{24}{25}$

/5 إذا علمنا أن : $0° < \theta < 90°$ و $\cos\theta = \frac{1}{2}$ ، فإن قيمة $\sin\frac{\theta}{2}$ تساوي ...

Ⓐ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ Ⓑ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ Ⓒ $\frac{1}{2}$ Ⓓ $\frac{1}{4}$

1 حل المعادلات على فترة معطاه



الحصول على قيم محددة للمتغير تكون عندها المعادلة صحيحة

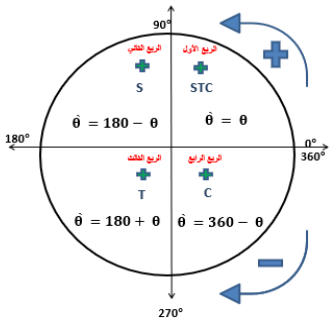
تحقق من فهمك : صـ 33ـ

1A) حل المعادلة $\cos x \sin x = 3\cos x$،
إذا كانت: $0 \le x \le 2\pi$

1B) حل المعادلة
$4sin^2\theta + 4cos^2\theta - 8\sin\theta\cos\theta = 0$،
إذا كانت $0 \le \theta \le \frac{\pi}{2}$

تدرب: صـ 168ـ

1) حل المعادلة $cos^2\theta + 2\cos\theta + 1 = 0$، إذا كانت $0° \leq \theta \leq 360°$



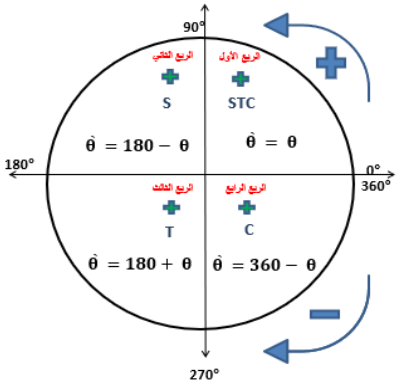
2 معادلات مثلثية لها عدد لا نهائي من الحلول

التعبير عن الحلول بوصفها مضاعفات : العبارة $\pi + 2k\pi$ هي π مضافا لها مضاعفات 2π ،
ولذلك ليس من الضروري سرد جميع الحلول

تحقق من فهمك : صـ 33ـ

2A) حل المعادلة : $4\sin x = 2\sin x + \sqrt{2}$

2B) حل المعادلة : $2\sin\theta = -1$ ، لقيم θ جميعها إذا كان قياس θ بالراديان



تدرب: صـ 36ـــ

2) حل المعادلة $cos^2\theta + \cos\theta = 1$ ، إذا كانت $0° \le \theta \le 360°$

3 حل معادلات مثلثية

تحقق من فهمك : صـ 34ـ

3) كم من الوقت تحتاج من بداية دوران العجلة , ليكون ارتفاع مقعدك 41 مترا فوق سطح الأرض للمرة الأولى؟

تدرب: صـ 36ـ

13) **الليل والنهار:** إذا كان عدد ساعات النهار في إحدى المدن هو $\mathbf{d}$ ، ويمكن تمثيلها بالمعادلة $\mathbf{d = 3\sin\frac{2\pi}{365}t + 12}$ حيث $\mathbf{d}$ عدد الأيام بعد 21 مارس ، فأجب عما يأتي :

a) في أي يوم سيكون عدد ساعات النهار في المدينة $\mathbf{10\frac{1}{2}}\ h$ تماما ؟

b) باستعمال النتيجة في الفرع a ، ما أيام السنة التي يكون فيها عدد ساعات النهار $\mathbf{10\frac{1}{2}}$ ساعات على الأقل إذا علمت أن أطول نهار في السنة يحدث تقريبا يوم 22 يونيو ؟ فسر إجابتك.

4 حل معادلات مثلثية مع وجود حلول دخيله

تحقق من فهمك : صـ 34ـ

4) حل المعادلة $cos^2\theta + 3 = 4 - sin^2\theta$

تدرب: صـ 36ـ

15) حل المعادلة : $\sin 2\theta - \cos\theta = 0$ ،لجميع قيم θ إذا كان قياس θ بالدرجات

5 حل معادلات مثلثية باستخدام المتطابقات

تحقق من فهمك : صـ 35ـ

5A) حل المعادلة لقيم θ جميعها ، إذا كان قياس θ بالدرجات $\sin\theta\cot\theta - cos^2\theta = 0$

5B) حل المعادلة لقيم θ جميعها ، إذا كان قياس θ بالدرجات $\frac{\cos\theta}{\cot\theta} + 2\sin^2\theta = 0$

تدرب: صـ 36ـــ

14) حل المعادلة لقيم θ جميعها ، إذا كان قياس θ بالدرجات: $\sin^2 2\theta + \cos^2\theta = 0$

مهارات التفكير العليا: صـ 37ـــ

31) اكتشف الخطأ : حلت كل من هلا وليلى المعادلة :

$0^\circ \le \theta \le 360^0 , 2\sin\theta\cos\theta = \sin\theta$

أي منهما إجابتها صحيحة؟ برر إجابتك.

هلا

$2\sin\theta\cos\theta = \sin\theta$

$\frac{2\sin\theta\cos\theta}{\sin\theta} = \frac{\sin\theta}{\sin\theta}$

$2\cos\theta = 1$

$\cos\theta = \frac{1}{2}$

$\theta = 60^\circ , 300^\circ$

ليلى

$2\sin\theta\cos\theta = \sin\theta$

$-\sin\theta = -\sin\theta$

$2\cos\theta = 0$

$\cos\theta = 0$

$\theta = 90^\circ , 270^\circ$

تدرب على الاختبار: صـ 162ـ

47) أي مما يأتي ليس حلا للمعادلة : $sin\theta + \cos\theta tan^2\theta = 0$ ؟

A $\frac{5\pi}{2}$ C 2π

B $\frac{7\pi}{4}$ D $\frac{3\pi}{4}$

48) ما حل المعادلة : $\csc x = \frac{-2\sqrt{3}}{3}$ حيث $0^\circ \le x \le 360^0$ ؟

A 150^0 أو 30^0 C 330^0 أو 210^0

B 120^0 أو 60^0 D 300^0 أو 240^0

الواجب:

تحصيلي رياضيات

/1 حل المعادلة : $\sin\theta = \frac{1}{2}, 0° \le \theta \le 360°$ هو ...

Ⓐ $60°$ Ⓑ $120°$ أو $45°$ Ⓒ $120°$ أو $60°$ Ⓓ $150°$ أو $30°$

/2 حل المعادلة : $\cos\theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}, 0° \le \theta \le 360°$ هو ...

Ⓐ $30°$ Ⓑ $210°$ أو $30°$ Ⓒ $210°$ أو $150°$ Ⓓ لا يوجد لها حل

/3 حل المعادلة : $3\cos^2\theta - 4\cos\theta = 0, 0° \le \theta \le 180°$ هو ...

Ⓐ $30°$ Ⓑ $90°$ Ⓒ $330°$ أو $30°$ Ⓓ لا يوجد لها حل

/4 أي التالي ليس حلا للمعادلة : $\sin\theta + \cos\theta \tan^2\theta = 0$ ؟

Ⓐ $\frac{5\pi}{2}$ Ⓑ $\frac{7\pi}{4}$ Ⓒ 2π Ⓓ $\frac{3\pi}{4}$

/5 حل المعادلة : $\tan\theta = -1, 0 \le \theta \le 2\pi$ هو ...

Ⓐ $\frac{7\pi}{4}$ Ⓑ $\frac{3\pi}{2}$ Ⓒ $\frac{5\pi}{4}$ Ⓓ $\frac{\pi}{4}$

/6 إذا كان $\sec\theta + 2 = 0$ حيث $\frac{\pi}{2} \le \theta \le \pi$ فإن : $\theta = \cdots$

Ⓐ $60°$ Ⓑ $90°$ Ⓒ $120°$ Ⓓ $240°$

/7 حل المعادلة : $\tan\theta - \sec\theta = 0$ هو:

Ⓐ لا يوجد حل Ⓑ $\frac{\pi}{3}$ Ⓒ $\frac{\pi}{2}$ Ⓓ $\frac{\pi}{4}$

الفصل الرابع

القطوع المخروطية

- القطوع المكافئة
- تحديد أنواع القطوع المخروطية
- القطوع الزائدة
- القطوع الناقصة والدوائر

القطوع المخروطية

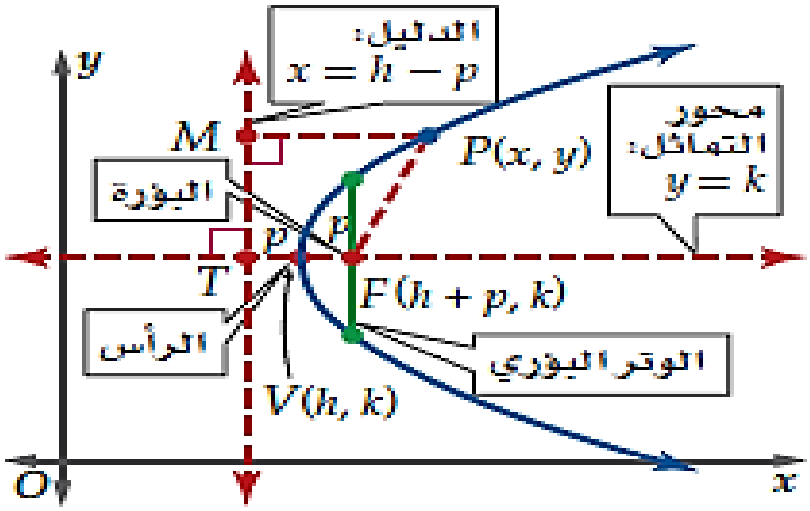
هي الأشكال الناتجة عن تقاطع مستوى ما مع مخروطين دائريين قائمين متقابلين بالرأس كليهما أو أحدهما بحيث لا يمر المستوى بالرأس

الصورة العامة لمعادلات القطوع المخروطية

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$$

A,B,C أعداد ليست جميعها أصفارا

تحليل القطع المكافئ وتمثيله بيانيا



القطع المكافئ
مجموعة النقاط المستوية التي يكون بعد كل منها عن نقطة ثابتة مساويا لبعدها عن مستقيم

النقطة الثابتة تسمى (البؤرة) والمستقيم يسمى (الدليل)

محور التماثل
خط مستقيم عمودي على الدليل ويمر بالبؤرة

الرأس
نقطة تقاطع القطع مع محور التماثل

الوتر البؤري
قطعة مستقيمة مارة بالبؤرة وعمودية على محور التماثل وطرفاها تقع على القطع

الصورة القياسية لمعادلة القطع المكافئ:

القطع المكافئ المفتوح رأسيا

$$(x-h)^2 = 4c(y-k)$$

القطع المكافئ المفتوح أفقيا

$$(y-k)^2 = 4c(x-h)$$

خصائص القطع المكافئ:

الاتجاه / المنحنى مفتوح رأسيا

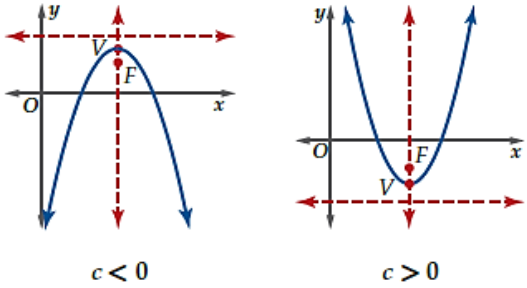
الرأس / (h , k)

البؤرة / (h , k +c)

معادلة محور التماثل / x = h

معادلة الدليل / y = k – c

طول الوتر البؤري / |4c|



c < 0 c > 0

الاتجاه / المنحنى مفتوح أفقيا

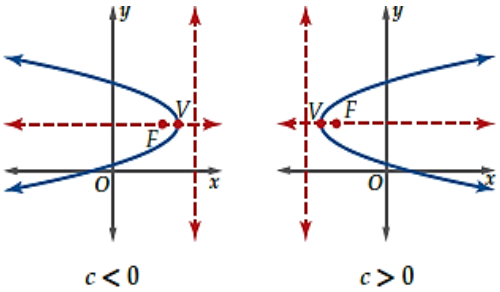
الرأس / (h , k)

البؤرة / (h + c , k)

معادلة محور التماثل / y = k

معادلة الدليل / x = h – c

طول الوتر البؤري / |4c|



c < 0 c > 0

اتجاه القطع المكافئ :

يكون اتجاه القطع المكافئ الذي محور تماثله موازٍ لأحد محوري الاحداثيات :

- ✓ مفتوحا إلى أعلى إذا كان الحد التربيعي هو x , وكانت $c > 0$.
- ✓ مفتوحا إلى أسفل إذا كان الحد التربيعي هو x , وكانت $c < 0$.
- ✓ مفتوحا إلى اليمين إذا كان الحد التربيعي هو y , وكانت $c > 0$.
- ✓ مفتوحا إلى الأسفل إذا كان الحد التربيعي هو y , وكانت $c < 0$.

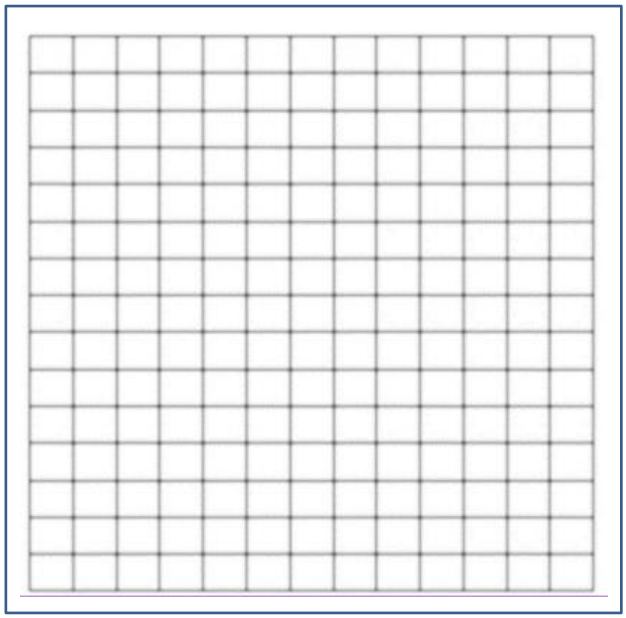
1 تحديد خصائص القطع المكافئ وتمثيل منحناه بيانيا:

تحقق من فهمك : صـ 48ـ

1A) حدد خصائص القطع المكافئ ثم مثله بيانيا: $8(y+3)=(x-4)^2$

$h=$ $k=$ $c=$

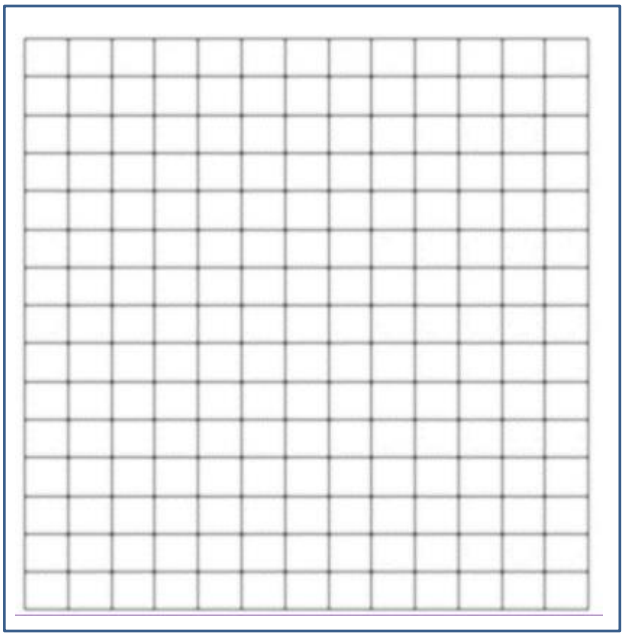
الخصائص	
الإتجاه	
الرأس	
البؤرة	
معادلة الدليل	
معادلة محور التماثل	
طول الوتر البؤري	



1B) حدد خصائص القطع المكافئ ثم مثله بيانيا: $2(x+6)=(y+1)^2$

$h=$ $k=$ $c=$

الخصائص	
الإتجاه	
الرأس	
البؤرة	
معادلة الدليل	
معادلة محور التماثل	
طول الوتر البؤري	

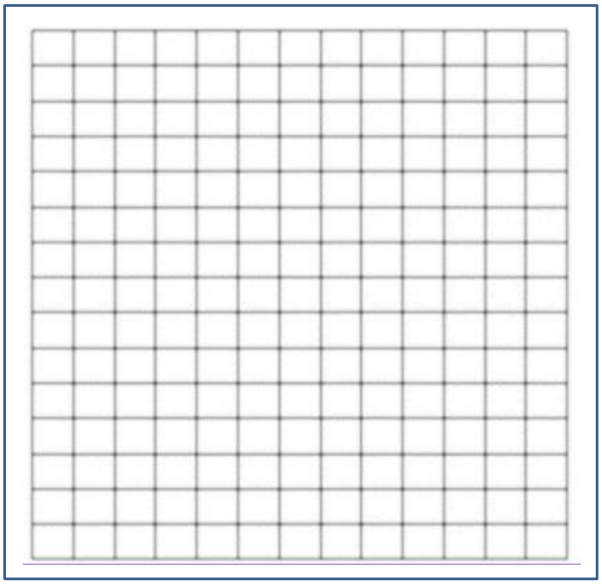


تدرب: صـ 52 ـ

1) حدد خصائص القطع المكافئ ثم مثله بيانيا: $(x-3)^2 = 12(y-7)$

$h =$ $k =$ $c =$

الخصائص	
الإتجاه	
الرأس	
البؤرة	
معادلة الدليل	
معادلة محور التماثل	
طول الوتر البؤري	



2 خصائص القطع المكافئ :

لتحديد خصائص القطع المكافئ نعيد ترتيب المعادلة لتبسيطها،
وقد تستعمل في بعض الحالات مهارات رياضية معينة مثل إكمال المربع

تحقق من فهمك : صـ 48ـ

2) عد إلى فقرة لماذا؟ في بداية الدرس . افترض أنه يمكن تمثيل القطع المكافئ الظاهر في الصورة باستعمال المعادلة
$x^2 = 44.8(y-6)$, حيث $-5 \le x \le 5$
إذا كانت x , y بالأقدام , فإين تقع آلة التصوير بالنسبة إلى رأس القطع المكافئ؟

تدرب: صـ 52 ـ

7) صمم بدر لوح تزلج مقطعه العرضي على شكل قطع مكافئ معادلته $x^2 = 8(y-2)$
حيث x , y بالأقدام , احسب المسافة بين بؤرة القطع المكافئ ودليله؟

3 كتابة معادلة القطع المكافئ على الصورة القياسية

تحقق من فهمك : صـ 49ـ

اكتب كل معادلة مما يأتي على الصورة القياسية للقطع المكافئ
ثم حدد خصائصه ومثل منحناه بيانيا

(3A $x^2 - 4y + 3 = 7$

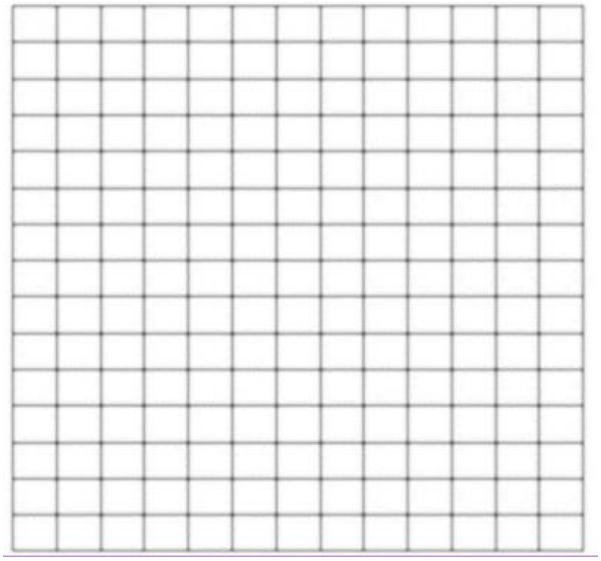
$h =$ $k =$ $c =$

الخصائص	
الإتجاه	
الرأس	
البؤرة	
معادلة الدليل	
معادلة محور التماثل	
طول الوتر البؤري	

(3B $3y^2 + 6y + 15 = 12x$

$h =$ $k =$ $c =$

الخصائص	
الإتجاه	
الرأس	
البؤرة	
معادلة الدليل	
معادلة محور التماثل	
طول الوتر البؤري	

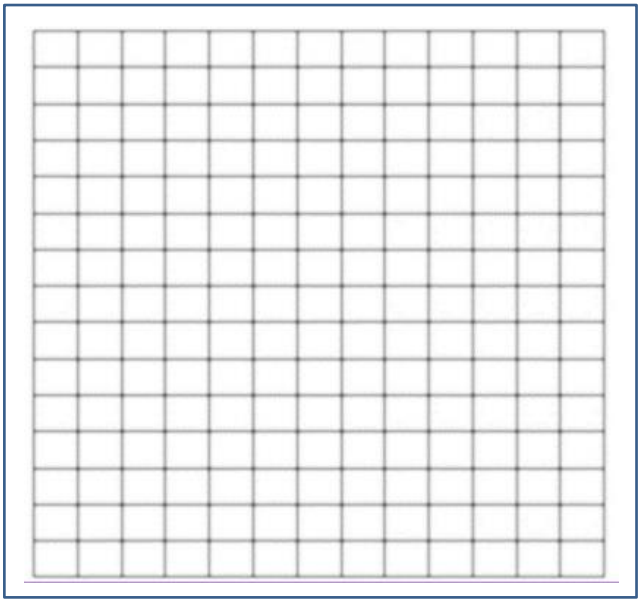


تدرب: صـ 52 ـ

(11 $3x^2 + 72 = -72y$

$h =$ $k =$ $c =$

الخصائص	
الإتجاه	
الرأس	
البؤرة	
معادلة الدليل	
معادلة محور التماثل	
طول الوتر البؤري	



4 كتابة معادلات القطع المكافئ بمعلومية بعض خصائصهة:

الدليل:

يقع الدليل في الاتجاه المعاكس لاتجاه منحنى القطع المكافئ.

الاتجاه:

إذا اشترك الرأس والبؤرة في الإحداثي x ، فإن منحنى القطع المكافئ يكون مفتوحا إلى أعلى أو إلى أسفل .
أما إذا اشترك الرأس والبؤرة في الإحداثي y فإن المنحنى يكون مفتوحا إلى اليمين أو إلى اليسار.

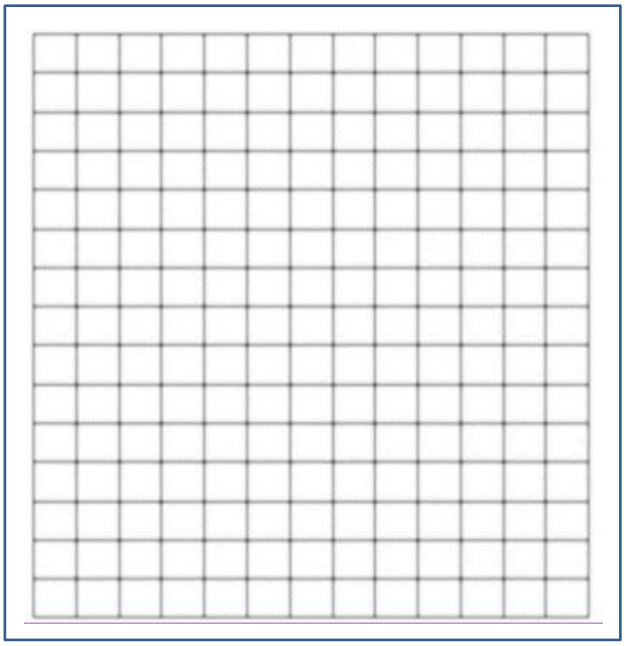
تحقق من فهمك : صـ 50ـــ

اكتب معادلة القطع المكافئ الذي يحقق الخصائص المعطاة في كل مما يأتي ثم مثل منحناه بيانيا

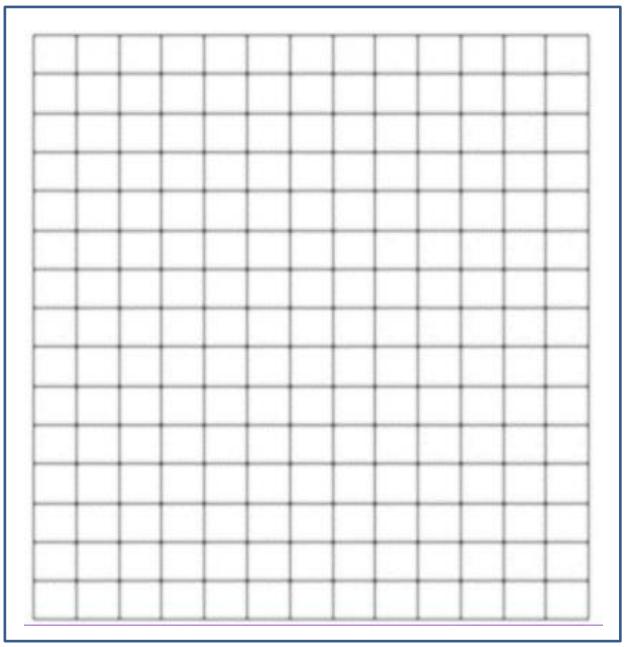
4A) البؤرة (-6,2) والرأس (-6,-1)

4B) الرأس (-2, 9) والدليل X=12

4C. البؤرة (-4 , -3) والمنحنى مفتوح إلى أسفل ويمر بالنقطة (-10, 5)

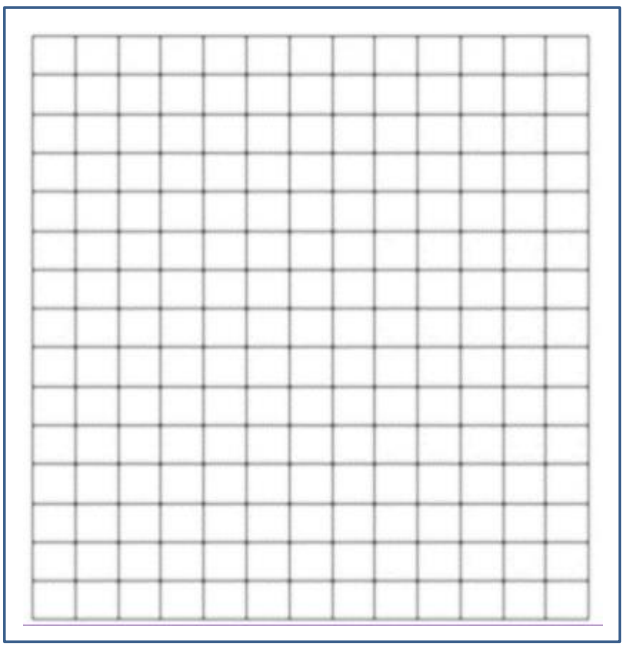


4D. البؤرة (5 , -1) والمنحنى مفتوح إلى اليمين ويمر بالنقطة (-7, 8)



تدرب: صـ 52 ــ اكتب معادلة القطع المكافئ الذي يحقق الخصائص المعطاة ثم مثل منحناه بيانيا

16) البؤرة (3 , 3) والمنحنى مفتوح إلى أعلى ويمر بالنقطة (18 , 23)



5 مماس منحنى القطع المكافئ

معادلة المماس إذا كان القطع رأسيا

$$y - y_1 = \frac{(x_1 - h)}{2c}(x - x_1)$$

معادلة المماس إذا كان القطع أفقيا

$$y - y_1 = \frac{2c}{(y_1 - k)}(x - x_1)$$

معادلة مماس منحنى القطع المكافئ عند الرأس:

- إذا كان المنحنى مفتوحا أفقيا فإن معادلة المماس عند رأس القطع هي: $x = h$
- إذا كان المنحنى مفتوحا رأسيا فإن معادلة المماس عند رأس القطع هي: $y = k$

تحقق من فهمك: صـ 51ــ اكتب معادلة مماس منحنى كل قطع مكافئ مما يأتي عند النقطة المعطاة

5A) $y = 4x^2 + 4, (-1, 8)$

(5B $(1, -4)$, $x = 5 - \frac{y^2}{4}$

تدرب: صـ 52ـ

(24 $(-5, 5)$, $(x+7)^2 = \frac{-1}{2}(y-3)$

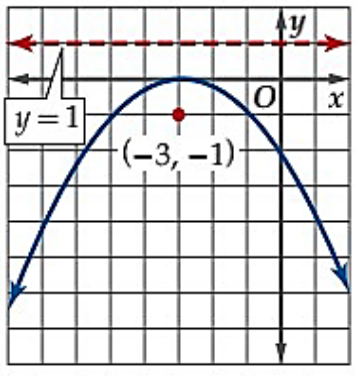
مهارات التفكير العليا: صـ 53ـ

36) اكتشف الخطأ : مثلت صفية وميمونة المنحنى :

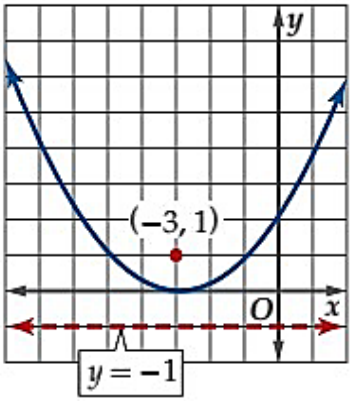
$x^2 + 6x - 4y + 9 = 0$

بيانيا كما هو موضح أدناه . فأي التمثيلين صحيح ؟ فسر تبريرك ..

صفية



ميمونة



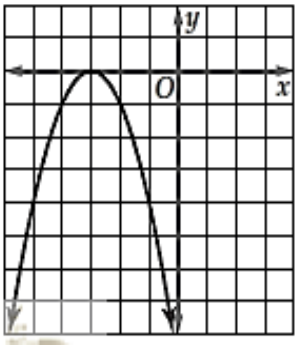
تدرب على الاختبار: صـ53ــ

49) إذا كان x عددا موجبا فإن $\frac{x^{\frac{3}{2}} \cdot x^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{2}}}$ تساوي :

A $x^{\frac{-1}{4}}$ C $x^{\frac{3}{4}}$

B $\sqrt{x^3}$ D $\sqrt{x^5}$

50) ما الدالة الرئيسة (الأم) للدالة الموضح منحناها جانبا؟



A $y = x$

B $y = |x|$

C $y = \sqrt{x}$

D $y = x^2$

الواجب:

تحصيلي رياضيات

/1 ما اتجاه القطع المكافئ: $(x-5) 8 = y^2$؟

Ⓐ يمين Ⓑ يسار Ⓒ أسفل Ⓓ أعلى

/2 ما إحداثيات بؤرة القطع المكافئ: $y^2 = 4x$ ؟

Ⓐ $(0,1)$ Ⓑ $(1,0)$ Ⓒ $(0,4)$ Ⓓ $(4,0)$

/3 ما معادلة القطع المكافئ: الذي بؤرته $(2, 5)$، ودليله $x = -3$ ؟

Ⓐ $(x+\frac{1}{2})^2 = -10(y-5)$ Ⓑ $(x+\frac{1}{2})^2 = 10(y-5)$ Ⓒ $(y-5)^2 = -10(x-\frac{1}{2})$ Ⓓ $(y-5)^2 = 10(x-\frac{1}{2})$

/4 ما اتجاه القطع المكافئ $(y - 2) 3 = x^2$ ؟

Ⓐ يمين Ⓑ يسار Ⓒ أسفل Ⓓ أعلى

/5 ما اتجاه القطع المكافئ الذي بؤرته (5,3)، ودليله $y= 1$ ؟

Ⓐ يمين Ⓑ يسار Ⓒ أسفل Ⓓ أعلى

/6 ما اتجاه القطع المكافئ الذي رأسه (1,2)، ودليله $y= 5$ ؟

Ⓐ يمين Ⓑ يسار Ⓒ أسفل Ⓓ أعلى

/7 ما إحداثيات رأس القطع المكافئ: $(y + 2) 8 =(x - 2)^2$ ؟

Ⓐ (-2, -2) Ⓑ (-2 , 2) Ⓒ (2, -2) Ⓓ (2, 2)

/8 ما معادلة محور تماثل القطع المكافئ : $x^2 - 2x + y = 16$ ؟

Ⓐ $x = -17$ Ⓑ $x = -1$ Ⓒ $x = 1$ Ⓓ $x = 17$

/9 طول الوتر البؤري للقطع المكافئ: $(y - 5)^2 = 8 (x - 3)$؟

Ⓐ 3 وحدات Ⓑ 5 وحدات Ⓒ 8 وحدات Ⓓ 10 وحدات

تحصيلي رياضيات

/10 معادلة محور تماثل القطع المكافئ: $(y-4)^2 = -6(x+1)$؟

Ⓐ $y=1$ Ⓑ $y=4$ Ⓒ $x=1$ Ⓓ $x=4$

/11 ما إحداثيات رأس القطع المكافئ: $2(x-2)^2 = (y+3)$ ؟

Ⓐ $(-3, 2)$ Ⓑ $(-2, 3)$ Ⓒ $(2, -3)$ Ⓓ $(3, -2)$

/12 ما معادلة القطع المكافئ: الذي رأسه $(0, 0)$، ومحوره منطبق على محور y ويمر بالنقطة $(-2, 4)$؟

Ⓐ $x^2 = 8y$ Ⓑ $y^2 = 8x$ Ⓒ $x^2 + 8y = 0$ Ⓓ $y^2 + 8x = 0$

/13 طول الوتر البؤري للقطع المكافئ: $(y-5)^2 = -6(x-2)$؟

Ⓐ $\frac{6}{4}$ Ⓑ $-\frac{3}{2}$ Ⓒ 6 Ⓓ -6

/14 ما اتجاه القطع المكافئ $x^2 = 8(y-8)$؟

Ⓐ يمين Ⓑ يسار Ⓒ أسفل Ⓓ أعلى

/15 منحنى القطع المكافئ الذي معادلته $(x-2)^2 = -6(y+1)$ يكون مفتوحا

Ⓐ أفقيا لليسار Ⓑ أفقيا لليمين Ⓒ رأسيا لأعلى Ⓓ رأسيا لأسفل

/16 معادلة الدليل للقطع المكافئ الذي معادلته $(x-6)^2 = -4(y-15)$ ؟

Ⓐ $x = 16$ Ⓑ $x = -16$ Ⓒ $y = 16$ Ⓓ $y = -16$

/17 القطع الذي دليله $x = 1$ ، والرأس $(-1, 3)$ يكون مفتوحا لـ:

Ⓐ الأعلى Ⓑ الأسفل Ⓒ اليمين Ⓓ اليسار

تحليل القطع الناقص وتمثيله بيانيا

القطع الناقص
المحل الهندسي لمجموعة نقاط مستوية يكون مجموع بعديها عن نقطتين ثابتتين يساوي مقدارا ثابتا, وتسمى النقطتان الثابتتان البؤرتين

المحور الأكبر
القطعة المستقيمة التي تحوي البؤرتين والتي نهايتاها على منحنى القطع

المركز
نقطة منتصف المحور الأكبر أو الأصغر

الرأسان
نهايتا المحور الأكبر

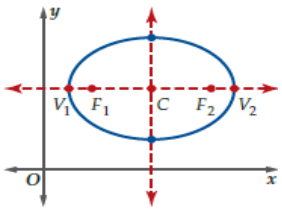
المحور الأصغر
القطعة المستقيمة التي تمر بالمركز والتي نهايتاها على منحنى القطع وتتعامد على المحور الأكبر

الرأسان المرافقان
نهايتا المحور الأصغر

الصورة القياسية لمعادلة القطع الناقص

القطع الناقص أفقيا

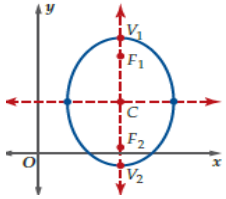
$$\frac{(x-h)^2}{a^2}+\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$$



الاتجاه	المحور الأكبر أفقي
المركز	(h , k)
البؤرتان	(h ± c , k)
الرأسان	(h ± a, k)
الرأسان المرافقان	(h , k ± b)
المحور الأكبر	Y=k وطوله 2a
المحور الأصغر	X=h وطوله 2b
العلاقة بين a , b , c	$c^2=a^2-b^2$ $c=\sqrt{a^2-b^2}$
طول البعد البؤري	2c

القطع الناقص رأسيا

$$\frac{(x-h)^2}{b^2}+\frac{(y-k)^2}{a^2}=1$$



الاتجاه	المحور الأكبر رأسي
المركز	(h , k)
البؤرتان	(h , k ± c)
الرأسان	(h , k ± a)
الرأسان المرافقان	(h ± b , k)
المحور الأكبر	X=h وطوله 2a
المحور الأصغر	Y=k وطوله 2b
العلاقة بين a , b , c	$c^2=a^2-b^2$ $c=\sqrt{a^2-b^2}$
طول البعد البؤري	2c

اتجاه القطع الناقص :

- إذا كان $(x-h)^2$ مقسوما على a^2 في الصورة القياسية لمعادلة القطع الناقص، فإن المحور الأكبر يكون أفقيا .
- أما إذا كان $(y-k)^2$ مقسوما على a^2 فإن المحور الأكبر يكون رأسيا ، حيث $a^2>b^2$ دائما.

البعد البؤري:

المسافة بين البؤرتين تسمى البعد البؤري .
لرسم القطع الناقص نعين نقاطا مساعدة وهي التي تبعد مسافة $\frac{b^2}{a^2}$ أعلى وأسفل كل من البؤرتين

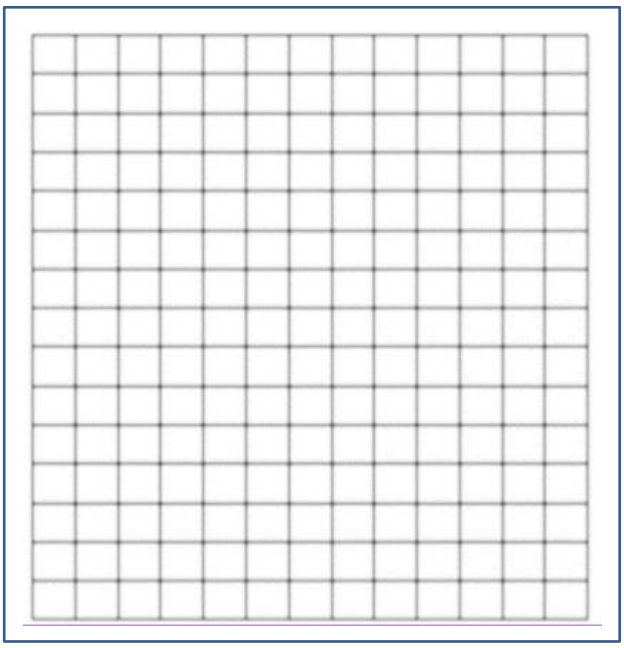
1 تحديدخصائص القطع الناقص وتمثيل منحناه بيانيا

تحقق من فهمك : صـ 56ـ

1A) حدد خصائص القطع الناقص ثم مثله بيانيا $\frac{(x-6)^2}{9}+\frac{(y+3)^2}{16}=1$:

c =	b =	a =	k =	h =

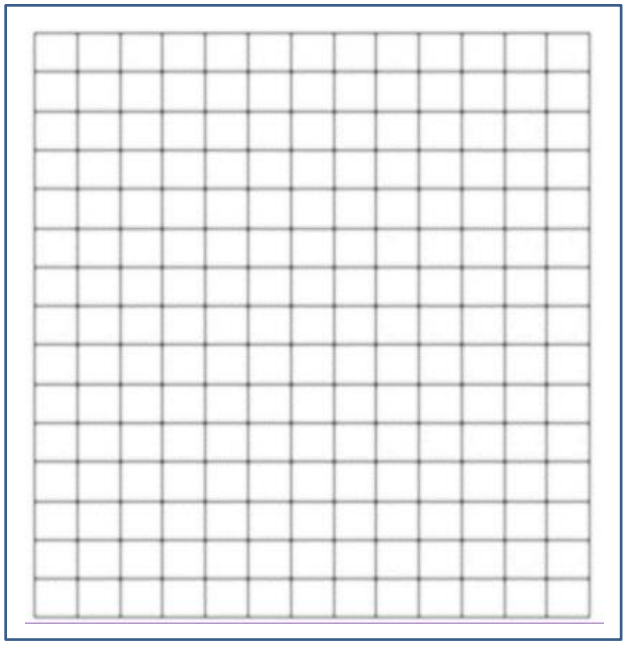
الاتجاه	
المركز	
البؤرتان	
الرأسان	
الرأسان المرافقان	
المحور الأكبر وطوله	
المحور الأصغر وطوله	
العلاقة بين a , b, c	
طول البعد البؤري	



1B) حدد خصائص القطع الناقص ثم مثله بيانيا $x^2+4y^2+4x-40y+103=0$

c =	b =	a =	k =	h =

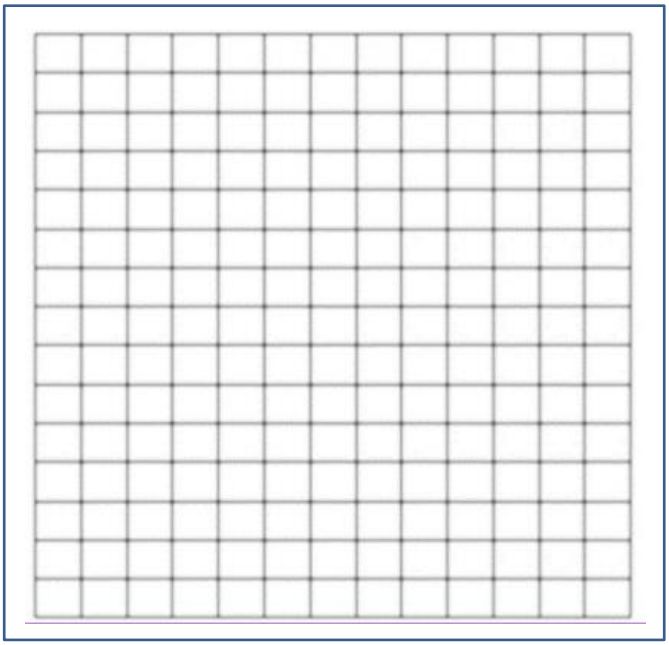
الاتجاه	
المركز	
البؤرتان	
الرأسان	
الرأسان المرافقان	
المحور الأكبر وطوله	
المحور الأصغر وطوله	
العلاقة بين a , b, c	
طول البعد البؤري	



تدرب: صـ 60ـ

1) $\frac{(x+4)^2}{9}+\frac{(y+3)^2}{4}=1$

c =	b =	a =	k =	h =



الاتجاه	
المركز	
البؤرتان	
الرأسان	
الرأسان المرافقان	
المحور الأكبر وطوله	
المحور الأصغر وطوله	
العلاقة بين a , b, c	
طول البعد البؤري	

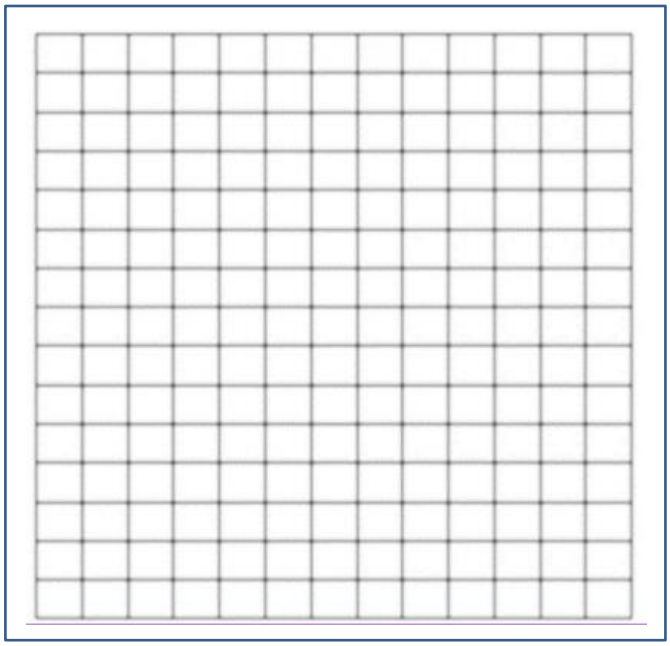
2 كتابة معادلة القطع المكافئ على الصورة القياسية

تعيد ترتيب المعادلة لتبسيطها، وتحتاج إلى استعمال بعض الصيغ الرياضية مثل صيغة نقطة المنتصف

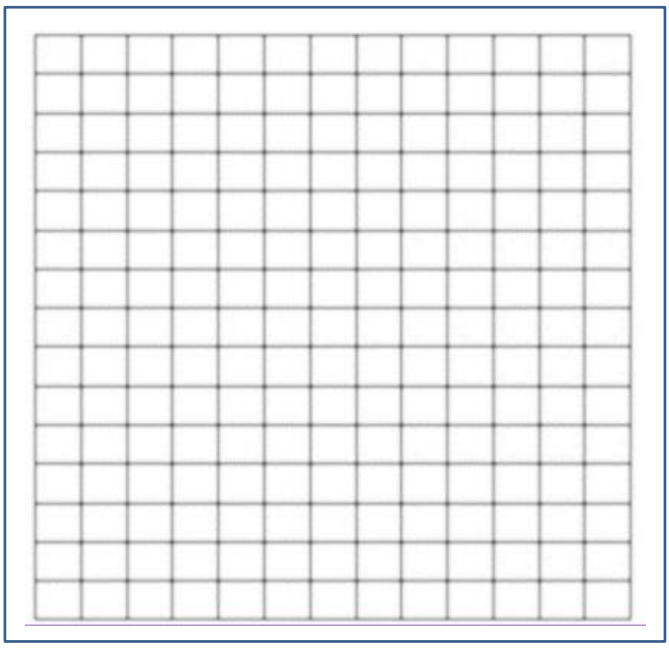
تحقق من فهمك : صـ 57ـ

اكتب معادلة القطع الناقص الذي يحقق الخصائص المعطاة في كل مما يأتي ثم مثل منحناه بيانيا

2A) البؤرتان (-7,3) , (19, 3)وطول المحور الأكبر30وحدة



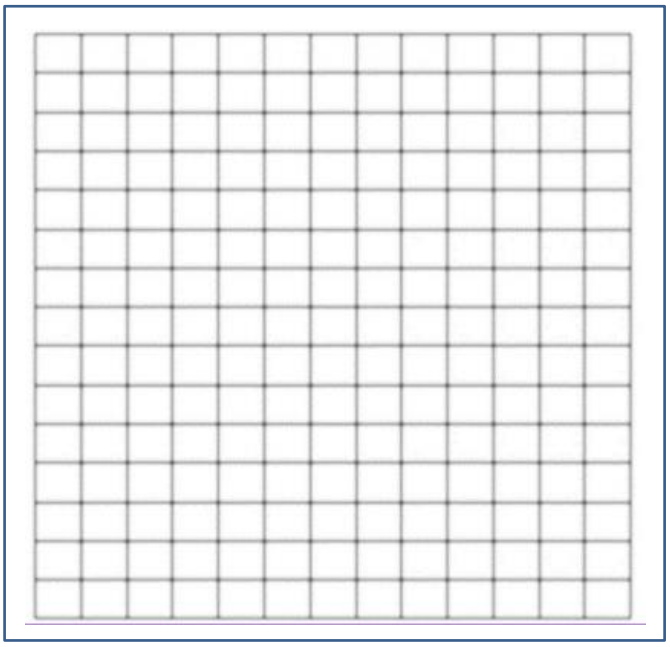
2B) الرأسان (8, 2-), (4-, 2-) وطول المحور الأصغر 10 وحدة



تدرب: صـ 60ـ

اكتب معادلة القطع الناقص الذي يحقق الخصائص المعطاة في كل مما يأتي ثم مثل منحناه بيانيا

5) الرأسان (13,-3),(7,-3)والبؤرتان (11,-3) , (5, -3)

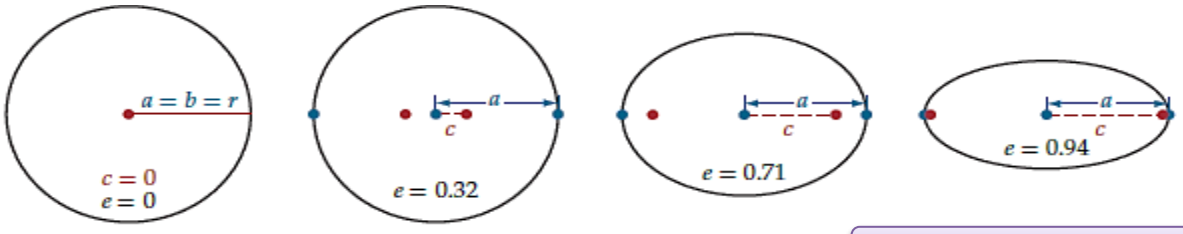


3 الاختلاف المركزي

$e = \frac{c}{a}$ هو نسبة c إلى a

حيث c هي المسافة بين إحدى البؤرتين ومركز القطع الناقص

تقع قيمته دائما بين 0,1 وتحدد مدى دائرية أو اتساع القطع الناقص



تحقق من فهمك : صـ 56ـ

حدد الاختلاف المركزي للقطع الناقص المعطاة معادلته في كل مما يأتي:

(3A $\frac{x^2}{18} + \frac{(y+8)^2}{48} = 1$

(3B $\frac{(x-4)^2}{19} + \frac{(y+7)^2}{17} = 1$

تدرب: صـ 60ـ

(11 $\frac{(x+6)^2}{40} + \frac{(y-2)^2}{12} = 1$

4 استعمال الاختلاف المركزي

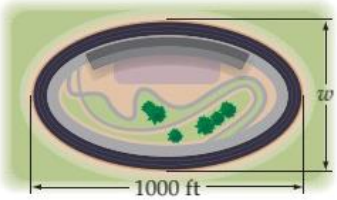
تحقق من فهمك : صـ 58ـ

4) الاختلاف المركزي لعين مصابة بقصر النظر هو 0.39 فإذا كان عمق العين 25 mm فما ارتفاعها ؟

تدرب: صـ 60ـ

14) يوضح الشكل المجاور مضمار سباق على شكل قطع ناقص اختلافه المركزي 0.75

A) ما أقصى عرض w لمضمار السباق ؟

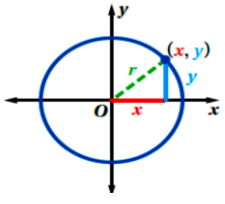


B) اكتب معادلة القطع الناقص إذا كانت نقطة الأصل هي مركز المضمار؟

5 الصورة القياسية لمعادلة الدائرة

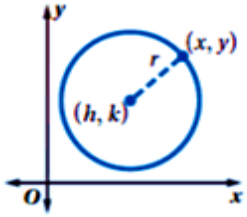
معادلة دائرة مركزها نقطة الأصل
وطول نصف قطرها r

$(x)^2 + (y)^2 = r^2$



معادلة دائرة مركزها (h, k)
وطول نصف قطرها r

$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$



تحقق من فهمك : صـ 59ـ

5A) اكتب معادلة الدائرة التي مركزها (0,0) ونصف قطرها 3.

5B) اكتب معادلة الدائرة التي مركزها (5,0) و قطرها 10.

تدرب: صـ 60ـ

16) اكتب معادلة الدائرة التي مركزها (-4,-3) وقطرها 12

17) اكتب معادلة الدائرة التي مركزها نقطة الأصل ونصف قطرها 7

6 كتابة معادلة دائرة طرفا قطر فيها معلومان

نوجد المركز باستعمال قانون نقطة المنتصف

$$(h,k)=\left(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2}\right)$$

نوجد نصف القطر باستعمال قانون المسافة بين نقطتين

$$r=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

تحقق من فهمك : صـ 59ـ

6) أوجد معادلة دائرة ، إذا كان طرفا قطر فيها (1,5) , (-3,-3)

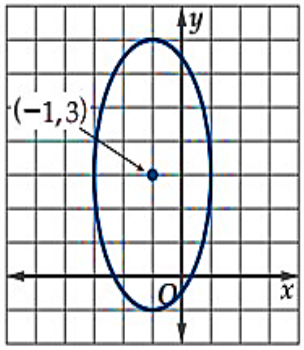
تدرب: صـ 60ـ

18) أوجد معادلة دائرة ، إذا كان طرفا قطر فيها (2,-4) , (2, 1)

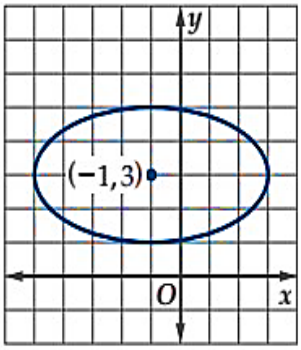
مهارات التفكير العليا: صـ 61ـ

37) اكتشف الخطأ : مثل خالد وياسر بيانيا القطع الناقص الذي مركزه (-3,1) وطول محوره الأكبر 8 وحدات ، وطول محوره الأصغر 4 وحدات ، كما في الشكلين أدناه . هل إجابة أي منهما صحيحة؟

خالد



ياسر



تدرب على الاختبار: صـ 61ـ

53) تبعد النقطة k مسافة 10 وحدات عن مركز دائرة M ، نصف قطرها 6 وحدات . فإذا رسم مماس من k إلى الدائرة فما المسافة من k إلى نقطة التماس ؟

A) 6

B) 8

C) 10

D) $2\sqrt{34}$

54) يريد حسام أن يصنع لعبة لوحة السهام على شكل قطع ناقص أفقي . أبعاد اللوحة 27 بوصة و15 بوصة . أي المعادلات الآتية يجب أن يستعملها لرسم اللعبة ؟

A $\frac{y^2}{13.5}+\frac{x^2}{7.5}=1$

B $\frac{y^2}{182.25}+\frac{x^2}{56.25}=1$

C $\frac{y^2}{56.25}+\frac{x^2}{182.25}=1$

D $\frac{y^2}{7.5}+\frac{x^2}{13.5}=1$

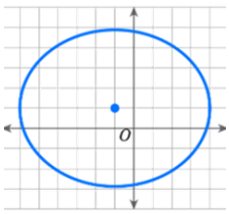
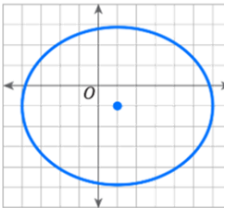
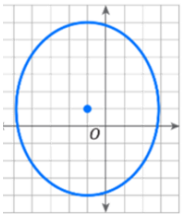
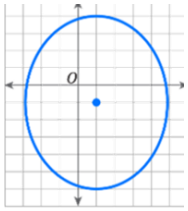
الواجب:

تحصيلي رياضيات

/1 في القطع الناقص: $\frac{(x-2)^2}{36} + \frac{(y-12)^2}{9} = 1$ طول المحور الأكبر...

Ⓐ 4 وحدات Ⓑ 6 وحدات Ⓒ 12 وحدة Ⓓ 18 وحدة

/2 التمثيل البياني للقطع الذي معادلته : $\frac{(x+1)^2}{25} + \frac{(y-1)^2}{16} = 1$ هو...

Ⓐ  Ⓑ  Ⓒ  Ⓓ 

/3 مركز القطع الناقص الذي معادلته: $\frac{(x-5)^2}{9} + \frac{(y-7)^2}{16} = 1$ هو...

Ⓐ $(5,7)$ Ⓑ $(7,5)$ Ⓒ $(-5,-7)$ Ⓓ $(-7,-5)$

/4 ما الاختلاف المركزي للقطع الناقص الذي معادلته : $\frac{(x-3)^2}{9} + \frac{(y-1)^2}{16} = 1$

Ⓐ $e = 0.66$ Ⓑ $e = 1$ Ⓒ $e = 1.25$ Ⓓ $e = 1.66$

/5 قطع ناقص المسافة بين بؤرتيه 10 وحدات وطول محوره الأكبر 16 وحدة فإن اختلافه المركزي e يساوي .....

Ⓐ $\frac{5}{8}$ Ⓑ $\frac{8}{5}$ Ⓒ 6 Ⓓ 10

/6 القطع الذي اختلافه المركزي $e = 0$ عبارة عن .....

Ⓐ قطع مكافئ Ⓑ قطع زائد Ⓒ دائرة Ⓓ مربع

/7 في القطع الناقص قيمة الاختلاف المركزي تنحصر بين 0 و.....

Ⓐ -2 Ⓑ -1 Ⓒ 1 Ⓓ 2

/8 في القطع الناقص: $\frac{x^2}{9} + \frac{(y-1)^2}{25} = 1$ ، طول المحور الأصغر هو...

Ⓐ 3 وحدات Ⓑ 5 وحدات Ⓒ 6 وحدات Ⓓ 10 وحدات

/9 أي القطوع الناقصة التالية مركزه النقطة : $(3, 1)$؟

Ⓐ $\frac{(x-3)^2}{9} + \frac{(y-1)^2}{6} = 1$ Ⓑ $\frac{(x-1)^2}{9} + \frac{(y-3)^2}{6} = 1$ Ⓒ $\frac{(x-3)^2}{9} + \frac{(y+1)^2}{6} = 1$ Ⓓ $\frac{(x+3)^2}{9} + \frac{(y-1)^2}{3} = 1$

تحصيلي رياضيات

/10 إحداثيا الرأسان المرافقان للقطع الناقص : $\frac{(x+3)^2}{16} + \frac{(y-6)^2}{9} = 1$

Ⓐ $(6, -3 \pm 4)$ Ⓑ $(6 \pm 4, -3)$ Ⓒ $(6, -3 \pm 3)$ Ⓓ $(6 \pm 3, -3)$

/11 مركز القطع الناقص الذي معادلته: $\frac{(x-1)^2}{3} + \frac{(y-5)^2}{2} = 1$ هو...

Ⓐ $(-1, -5)$ Ⓑ $(1,5)$ Ⓒ $(-1,5)$ Ⓓ $(1, -5)$

/12 ما مركز الدائرة التي معادلتها: $(x-2)^2+(y+1)^2=4$ ؟

Ⓐ $(-2, -1)$ Ⓑ $(-2,1)$ Ⓒ $(2, -1)$ Ⓓ $(2,1)$

تحليل القطع الزائد وتمثيله بيانيا

القطع الزائد
المحل الهندسي لجميع النقاط الواقعة في المستوى والتي يكون الفرق المطلق (القيمة المطلقة للفرق) بين بعديها عن نقطتين ثابتتين (البؤرتين) يساوي مقدارا ثابتا.

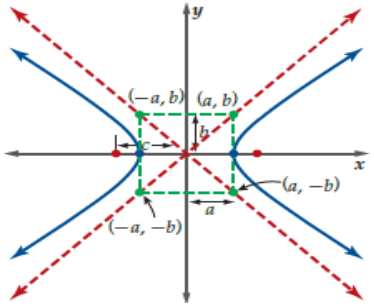
مكوناته
يتكون منحنى القطع الزائد من فرعين منفصلين يحاذيان خطي التقارب

المحور المرافق
محور تماثل للقطع عمودي على المحور القاطع ويمر بالمركز
أو
القطعة المستقيمة العمودية على المحور القاطع ويمر بالمركز

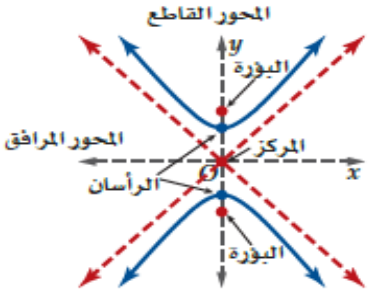
المحور القاطع
محور تماثل للقطع يمر بالرأسين
أو
القطعة المستقيمة الواصلة بين الرأسين ويمر في المركز

المركز
نقطة منتصف المسافة بين البؤرتين

الرأسان
نقطتا تقاطع القطعة المستقيمة الواصلة بين البؤرتين مع كل من فرعي المنحنى



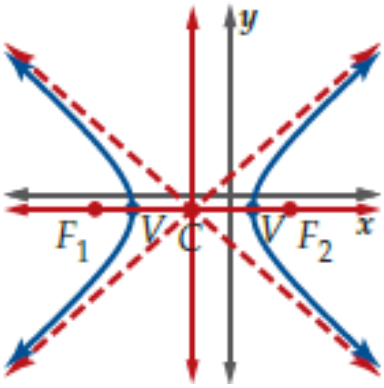
يتميز التمثيل البياني للقطع الزائد بارتباطه بمستطيل متناظر حول محوري تماثل القطع نفسه ، وله ضلعان متواجهان طول كل منهما 2b، ويمسان القطع عند رأسيه ، وضلعاه الآخران طول كل منهما 2a ، وطول كل من قطريه المحمولين على خطي التقارب 2c.



الصورة القياسية لمعادلة القطع الزائد

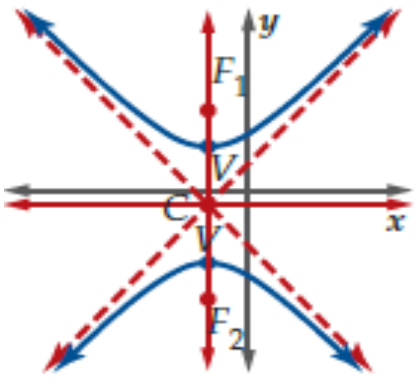
القطع الزائد أفقيا

$$\frac{(y-h)^2}{a^2}-\frac{(x-k)^2}{b^2}=1$$



القطع الزائد رأسيا

$$\frac{(y-k)^2}{a^2}-\frac{(x-h)^2}{b^2}=1$$



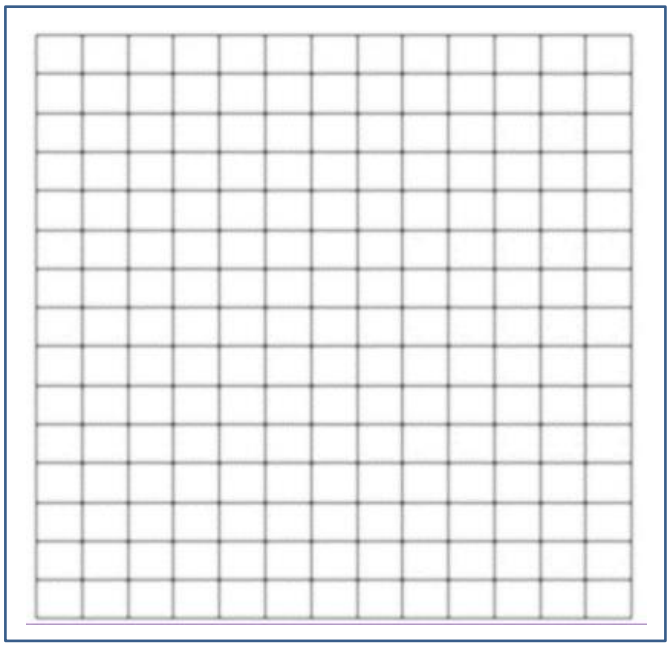
1 تحديد خصائص قطع زائد معادلته معطاه على الصورة القياسية

تحقق من فهمك : صـ 65ـ

1A) حدد خصائص القطع الزائد ثم مثله بيانيا $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{1} = 1$

c =	b =	a =	k =	h =

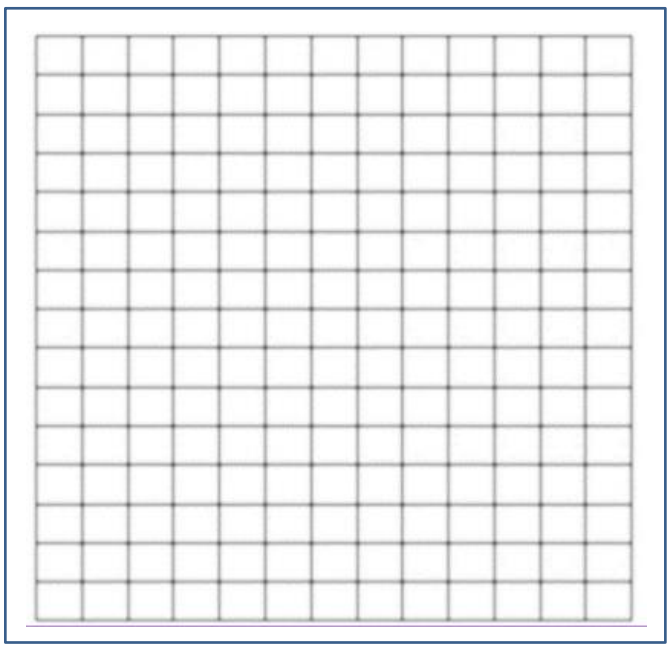
الاتجاه	
المركز	
البؤرتان	
الرأسان	
المحور المرافق وطوله	
المحور القاطع وطوله	
خطا التقارب	
العلاقة بين a , b, c	
طول البعد البؤري	



1B) حدد خصائص القطع الزائد ثم مثله بيانيا: $\frac{(y+4)^2}{64} - \frac{(x+1)^2}{81} = 1$

c =	b =	a =	k =	h =

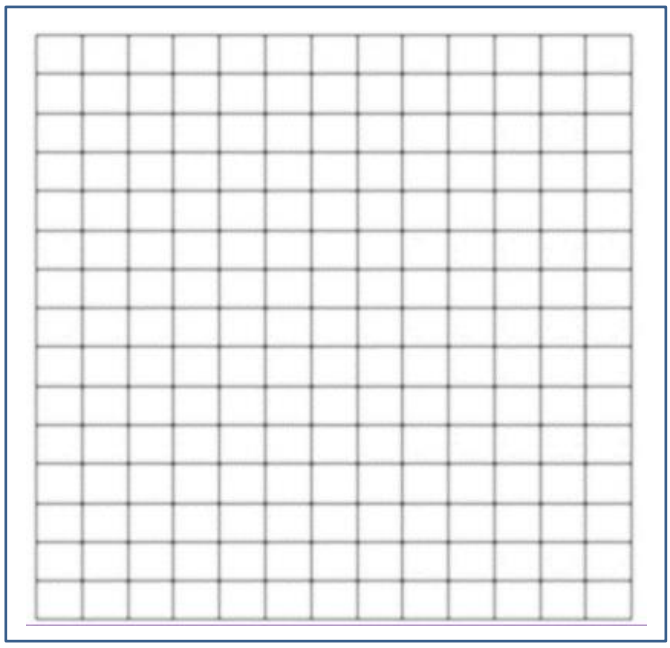
الاتجاه	
المركز	
البؤرتان	
الرأسان	
المحور المرافق وطوله	
المحور القاطع وطوله	
خطا التقارب	
العلاقة بين a , b, c	
طول البعد البؤري	



تدرب: صـ 69ــ

3) $\frac{(x-1)^2}{9} - \frac{(y-5)^2}{36} = 1$

c =	b =	a =	k =	h =



الاتجاه	
المركز	
البؤرتان	
الرأسان	
المحور المرافق وطوله	
المحور القاطع وطوله	
خطا التقارب	
العلاقة بين a , b, c	
طول البعد البؤري	

2 كتابة معادلة القطع الزائد على الصورة القياسية

تعيد ترتيب المعادلة لتبسيطها، وتحتاج إلى استعمال بعض الصيغ الرياضية مثل صيغة نقطة المنتصف وقانون المسافة

تحقق من فهمك : صـ 66ـ

اكتب معادلة القطع الزائد على الصورة القياسية في كل مما يأتي ثم حدد خصائصه ومثل منحناه بيانيا

(2A $4y^2 - 9x^2 - 8y - 36x = 68$

معادلة القطع الزائد هي:

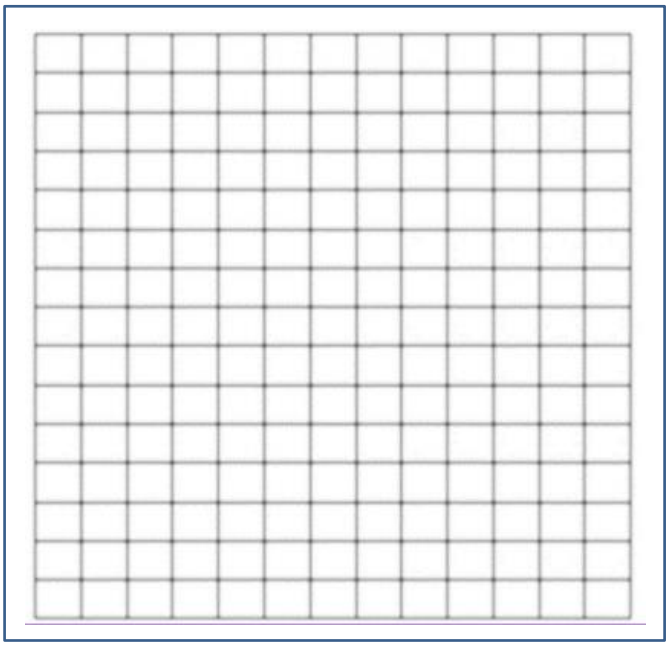
$c =$	$b =$	$a =$	$k =$	$h =$

الاتجاه	
المركز	
البؤرتان	
الرأسان	
المحور المرافق وطوله	
المحور القاطع وطوله	
خطا التقارب	
العلاقة بين a , b, c	
طول البعد البؤري	

(2B $2x^2 - 3y^2 - 12x - 36 = 0$

معادلة القطع الزائد هي:

$c =$	$b =$	$a =$	$k =$	$h =$



الاتجاه	
المركز	
البؤرتان	
الرأسان	
المحور المرافق وطوله	
المحور القاطع وطوله	
خطا التقارب	
العلاقة بين a , b, c	
طول البعد البؤري	

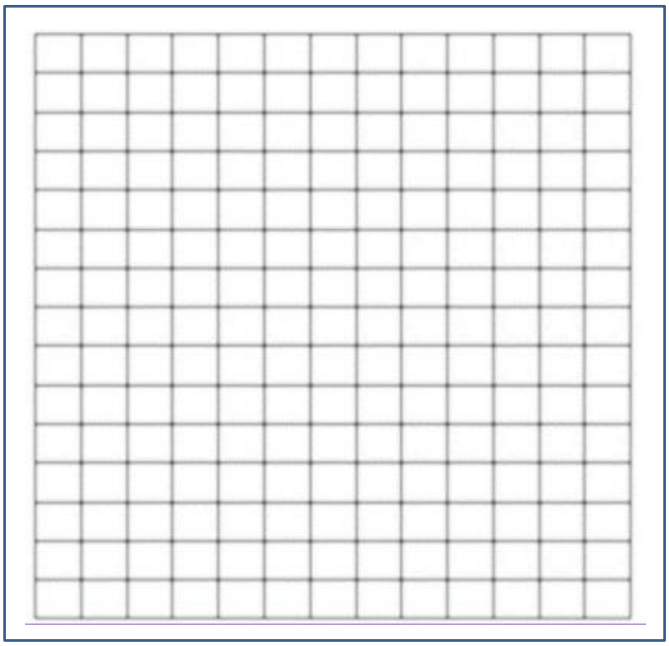
تدرب: صـ 192ـ

9) $-x^2 + 3y^2 - 4x + 6y = 28$

معادلة القطع الزائد هي:

$c =$	$b =$	$a =$	$k =$	$h =$

الاتجاه	
المركز	
البؤرتان	
الرأسان	
المحور المرافق وطوله	
المحور القاطع وطوله	
خطا التقارب	
العلاقة بين a , b, c	
طول البعد البؤري	



3 كتابة معادلة القطع الزائد إذا علمت بعض خصائصه

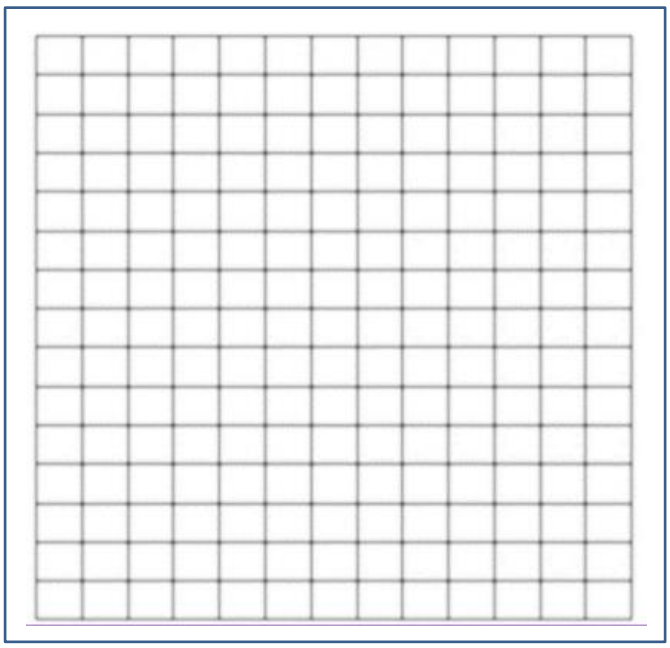
الرأسان أو البؤرتان

إذا كان لرأسي القطع أو بؤرتي القطع الاحداثي **y** نفسه فإن المحور القاطع **أفقي** ،
وإذا كان الاحداثي **x** نفسه فإن المحور القاطع **رأسي**

تحقق من فهمك : صـ 67ـ

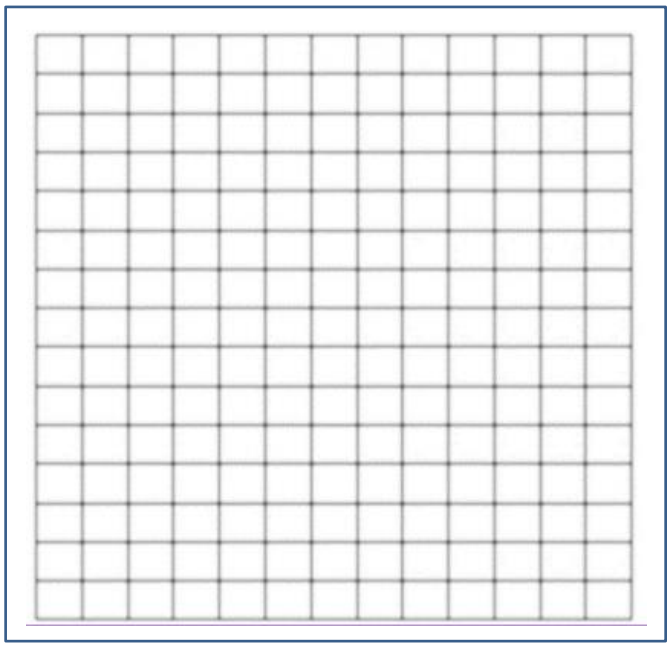
اكتب معادلة القطع الزائد الذي يحقق الخصائص المعطاة في كل مما يأتي ثم مثل منحناه بيانيا

3A) الرأسان (3,6) ، (3, 2)وطول المحور المرافق 10وحدات



3B) البؤرتان (2-, 12), (2,-2)وخطا التقارب

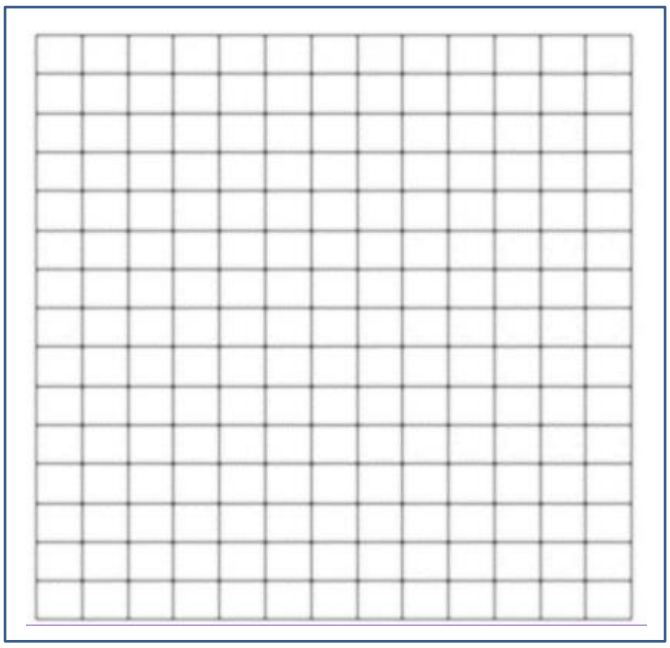
$$y = \frac{3}{4}x - \frac{29}{4} \ , y = \frac{-3}{4}x + \frac{13}{4}$$



تدرب: صـ 69ـ

اكتب معادلة القطع الزائد الذي يحقق الخصائص المعطاة في كل مما يأتي ثم مثل منحناه بيانيا

14) الرأسان (-5,5),(7,5)والبؤرتان (-9,5) , (11, 5)



4 الاختلاف المركزي

$e = \frac{c}{a}$ هو نسبة c إلى a

قيمته دائما أكبر من 1 وكلما زادت قيمته زاد اتساع المنحنى

تحقق من فهمك : صـ 68ـ

حدد الاختلاف المركزي للقطع الزائد المعطاة معادلته في كل مما يأتي:

4A) $\frac{(x+8)^2}{64} - \frac{(y-4)^2}{80} = 1$

4B) $\frac{(y-2)^2}{15} - \frac{(x+9)^2}{75} = 1$

تدرب: صـ 70ـ

21) $\frac{(y-1)^2}{10} - \frac{(x-6)^2}{13} = 1$

5 تطبيقات على القطع الزائد

تحقق من فهمك : صـ 69ـ

5) تعطلت سفينة عند نقطة في عرض البحر، بحيث كان الفرق بين بعدي السفينة عن أقرب محطتين إليها 80 ميلا بحريا

A) إذا كان موقعا المحطتين يمثلان بؤرتي قطع زائد تقع السفينة عليه ، فاكتب معادلة القطع الزائد عندما تقع المحطتان عند النقطتين (100 ,0) , (-100,0)

B) أوجد إحداثي موقع السفينة إذا كانت تقع على المستقيم الواصل بين البؤرتين ، وكانت أقرب إلى المحطة التي إحداثياها (100, 0)

تدرب: صـ 70ــ

28) يأخذ برج (كوب بورت) في اليابان شكل مجسم ناتج عن دوران قطع زائد حول محوره المرافق . افترض أن قيمة الاختلاف المركزي للقطع الزائد الذي نتج عن دوران البرج تساوي 19.

A) إذا كان أقصر عرض للبرج هو 8m، فما معادلة القطع الزائد؟

B) إذا كان ارتفاع قمة البرج عن مركز القطع الزائد هو 32m ، وانخفاض القاعدة عن المركز هو 76m ، فأوجد نصف قطر القمة ونصف قطر القاعدة ؟

مهارات التفكير العليا: صـ 71ــ

36) تبرير: افترض أنك أعطيت اثنتين من خصائص القطع الزائد الآتية:

رأسين ,بؤرتين , المحور القاطع , المحور الأفقي , خطي تقارب.

هل يمكنك كتابة معادلة هذا القطع دائما أو أحيانا أو غير ممكن أبدا ؟

تدرب على الاختبار: صـ71ـ

47) مراجعة: يمثل منحنى $\left(\frac{x}{4}\right)^2 - \left(\frac{y}{5}\right)^2 = 1$ قطعا زائدا .

ما معادلتا خطي تقارب هذا المنحنى؟

A $y = \frac{4}{5}x \ , y = -\frac{4}{5}x$

B $y = \frac{5}{4}x \ , y = -\frac{5}{4}x$

C $y = \frac{1}{4}x \ , y = -\frac{1}{4}x$

D $y = \frac{1}{5}x \ , y = -\frac{1}{5}x$

48) سؤال ذو إجابة قصيرة: أوجد معادلتي خطي التقارب للقطع الزائد

الذي معادلته: $\frac{(x+1)^2}{4} - \frac{(y-1)^2}{1} = 1$.

الواجب:

تحصيلي رياضيات

/1 في القطع الزائد $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ طول المحور القاطع :...

Ⓐ 3 وحدات Ⓑ 4 وحدات Ⓒ 6 وحدة Ⓓ 8 وحدة

/2 مركز القطع الزائد $\frac{(y-4)^2}{48} - \frac{(x+5)^2}{36} = 1$ هو النقطة.....

Ⓐ (5,4) Ⓑ (4,5) Ⓒ (-5,4) Ⓓ (5,-4)

/3 المحور القاطع للقطع الزائد $\frac{(y-7)^2}{16} - \frac{(x-5)^2}{9} = 1$ هو:...

Ⓐ $x = 5$ Ⓑ $x = 7$ Ⓒ $y = 5$ Ⓓ $y = 7$

/4 ما معادلة خطي التقارب للقطع الزائد $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ ؟

Ⓐ $y = \pm 4x$ Ⓑ $y = \pm\frac{3}{4}x$ Ⓒ $y = \pm\frac{4}{3}x$ Ⓓ $y = \pm\frac{9}{16}x$

/5 أي القطوع الزائدة التالية طول محوره المرافق 10 وحدات؟

Ⓐ $\frac{y^2}{9} - \frac{(x-1)^2}{25} = 1$ Ⓑ $\frac{y^2}{25} - \frac{(x-1)^2}{9} = 1$ Ⓒ $\frac{y^2}{9} - \frac{(x-1)^2}{10} = 1$ Ⓓ $\frac{y^2}{10} - \frac{(x-1)^2}{5} = 1$

/6 ما معادلة خطي التقارب للقطع الزائد : $\frac{(y-1)^2}{9} - \frac{(x+2)^2}{16} = 1$

Ⓐ $(y-1) = \pm\frac{9}{16}(x+2)$ Ⓑ $(y-1) = \pm\frac{16}{9}(x+2)$ Ⓒ $(y-1) = \pm\frac{3}{4}(x+2)$ Ⓓ $(y-1) = \pm\frac{4}{3}(x+2)$

/7 الاختلاف المركزي للقطع الزائد : $\left(\frac{x}{3} - \frac{y}{2}\right)\left(\frac{x}{3} + \frac{y}{2}\right) = 1$ يساوي ...

Ⓐ $\frac{\sqrt{13}}{2}$ Ⓑ $\frac{\sqrt{31}}{2}$ Ⓒ $\frac{2}{\sqrt{13}}$ Ⓓ $\frac{2}{\sqrt{31}}$

1 الصورة العامة لمعادلات القطوع المخروطية

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$$
حيث A,B,C لا تساوي جميعها أصفارا

ويمكن تحويل هذه الصورة إلى الصورة القياسية باستعمال طريقة إكمال المربع إذا كانت B=0

تحقق من فهمك : صـ 72ـ

1) اكتب المعادلة $4x^2 + y^2 - 16x + 8y - 4 = 0$ على الصورة القياسية ثم حدد نوع القطع المخروطي الذي تمثله

تدرب: صـ 74ـ

1) اكتب المعادلة $x^2 + 4y^2 - 6x + 16y - 11 = 0$ على الصورة القياسية ثم حدد نوع القطع المخروطي الذي تمثله

2) اكتب المعادلة $x^2 + y^2 + 12x - 8y + 36 = 0$ على الصورة القياسية ثم حدد نوع القطع المخروطي الذي تمثله

2 تحديد أنواع القطوع المخروطية

تصنيف القطوع المخروطية باستعمال المميز

دائرة	قطع ناقص	قطع مكافئ	قطع زائد
$B^2 - 4ac < 0$	$B^2 - 4ac < 0$	$B^2 - 4ac = 0$	$B^2 - 4ac > 0$
$B = 0 , A = C$	$B \neq 0 , A \neq C$		

تحقق من فهمك : صـ 73ـ

حدد نوع القطع المخروطي الذي تمثله كل معادلة مما يأتي ، دون كتابتها على الصورة القياسية

(2A $8y^2 - 6x^2 + 4xy - 6x + 2y - 4 = 0$

(2B $3\,xy + 4x^2 - 2y + 9x - 3 = 0$

(2C $3x^2 + 16\,x - 12y + 2y^2 - 6 = 0$

تدرب: صـ 74ـ

حدد نوع القطع المخروطي الذي تمثله كل معادلة مما يأتي ، دون كتابتها على الصورة القياسية

5) $4x^2 - 5y = 9x - 12$

6) $5y^2 = 2x + 6y - 8 + 3x^2$

7) $8x^2 + 8y^2 + 16\,x + 24 = 0$

مهارات التفكير العليا: صـ 75ـ

21) **تبرير**: ما إذا كانت العبارة الآتية صحيحة دائما أو صحيحة أحيانا أو غير صحيحة أبدا
(عندما يكون القطع رأسيا وتكون **A=C** فإن القطع دائرة) ؟

تدرب على الاختبار: صـ75ـ

31) سؤال ذو إجابة قصيرة: حدد ما إذا كانت المعادلة $3x^2 + 6xy + 3y^2 - 4x + 5y = 12$ تمثل قطعا مكافئا أو دائرة أو قطعا ناقصا أو قطعا زائدا، دون كتابتها على الصورة القياسية .

32) اختيار من متعدد: ما المعادلة التي تمثل قطعا مكافئا رأسه عند النقطة (2 ,2) ، ويمر بالنقطة (0 ,6) ؟

A $y = x^2 - 4x + 6$

B $y = x^2 + 4x - 6$

C $y = -x^2 - 4x + 6$

D $y = -x^2 + 4x - 6$

الواجب:

تحصيلي رياضيات

1/ ما نوع القطع الذي تمثله المعادلة : $4x^2 - 3y^2 + 8y - 12 - 2x + 4y = 0$

Ⓐ قطع مكافئ Ⓑ قطع زائد Ⓒ قطع ناقص Ⓓ دائرة

2/ أي التالي يمثل قطعا ناقصا؟

Ⓐ $25x^2 - 25y^2 - 20x + 10y + 457 = 0$ Ⓒ $25x^2 - y^2 - 19x + 22y + 457 = 0$

Ⓑ $25x^2 + y^2 - 19x + 22y + 457 = 0$ Ⓓ $25x^2 - 19x + 22y + 457 = 0$

3/ ما قيمة C التي تجعل منحنى المعادلة : $4x^2 + Cy^2 + 2x - 2y - 18 = 0$ دائرة ؟

Ⓐ -8 Ⓑ -4 Ⓒ 4 Ⓓ 8